منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

◄ الشكل المثلثي

z عدد مركب حيث $z = x + iy$ ، شكله المثلثي يعطى بـ:

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

حيث $r = |z|$ طويلة z و θ عمدة z

عمدته : $(\vec{u}; \overrightarrow{OM}), |z| \neq 0$

$$\left.\begin{aligned}\cos\theta &= \frac{x}{|z|}\\ \sin\theta &= \frac{y}{|z|}\end{aligned}\right\} \theta + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

◄ خواص العمدة

من اجل كل $z \in \mathbb{C}^*$ و $z' \in \mathbb{C}^*$

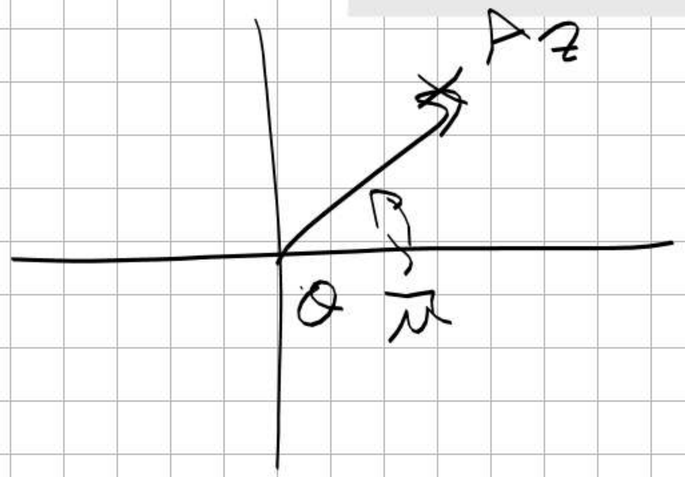
- $\arg(zz') = arg(z) + arg(z')$
- $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z')$
- $\arg(\overline{z}) = -\arg(z)$
- $\arg(z^n) = n\arg(z)$ مع $n \in \mathbb{Z}$

◄ خواص الطويلة

- من اجل كل $z \in \mathbb{C}$ ، $|\overline{z}| = |z|$
- من اجل كل $z' \in \mathbb{C}^*$ $\left|\frac{z}{z'}\right| = \frac{|z|}{|z'|}$
- من اجل كل كل $z \in \mathbb{C}$ و $z' \in \mathbb{C}$ ، $|zz'| = |z||z'|$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com



$$\arg(z) = (\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OA})$$

دستور موافر :

$$z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

◄ الشكل الاسي

z عدد مركب حيث $z = x + iy$ ، شكله الاسي يعطي بـ:

$$z = |z|e^{i\theta} = re^{i\theta}$$

الزوايا المرفقة :

$$\cos(2\pi + x) = \cos(x) \qquad \sin(2\pi + x) = \sin(x)$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos(x) \qquad \sin(\pi + x) = -\sin(x)$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos(x) \qquad \sin(\pi - x) = \cos(x)$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin(x) \qquad \sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos(x)$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x) \qquad \sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x)$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

تطبيق:

أكتب الأعداد التالية على الشكل المثلثي ثم الأسي

1) $z = 1 + i$

2) $z = \frac{-5}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2} i$

3) $z = -2\sqrt{3} - 2i$

4) $z = 1 - i$

1) نحسب $|z|$ $\quad |z| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

نحسب θ من جملة

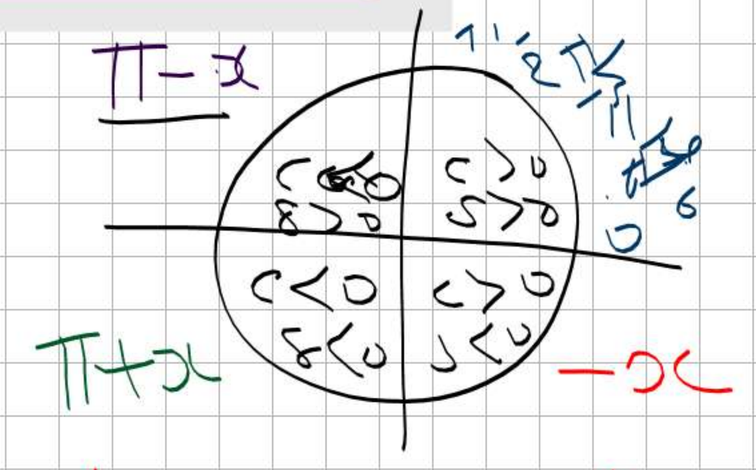
$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$\theta = \frac{\pi}{4}$ إذن

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$\pi - \frac{\pi}{3}$



الحل المختار هو

$$z = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]$$

$$z = 2e^{i\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$z = \frac{-5}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i \qquad (2$$

$$|z| = \sqrt{\left(\frac{-5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

المرد لـ $|z|$

$$= \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{75}{4}} = \sqrt{25} = 5$$

نبحث عن العمدة θ

$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{-5/2}{5} \\ \sin\theta = \frac{5\sqrt{3}/2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\theta = \frac{-1}{2} \\ \theta = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\begin{cases} \cos\theta = -\frac{1}{2} \\ \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

ابن الحل المثلثي د هو :

$$Z = 5\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$Z = 5e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$Im(z) = -2$

$Re(z) = -2\sqrt{3}$ ومنه $z = -2\sqrt{3} - 2i$ (3

$$|z| = \sqrt{(-2\sqrt{3})^2 + (-2)^2} = \sqrt{16} = 4$$

نبحث عن θ

$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta = \frac{-1}{2} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} \cos\theta = \frac{-2\sqrt{3}}{4} \\ \sin\theta = \frac{-2}{4} \end{cases}$$

$$\theta = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$Z = 4\left[\cos\left(+\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(+\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$Z = 4e^{i\frac{\pi}{6}}$$

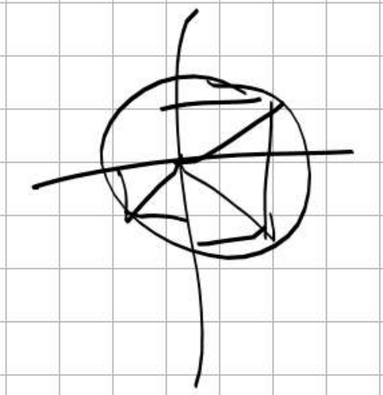
(4

$$Z = 1 - i$$

$$|Z| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\theta = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\theta = -\pi/4$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك

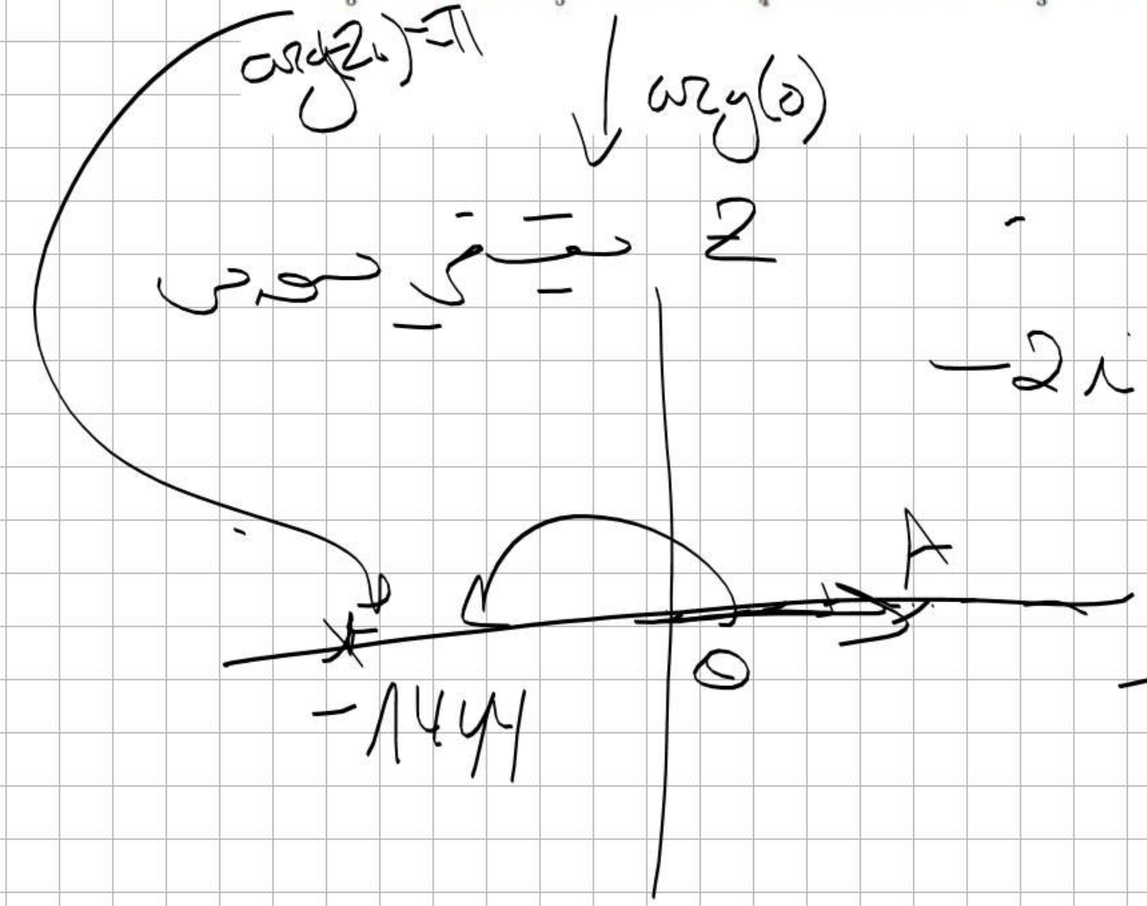
0699 320 999 / 044 77 64 11

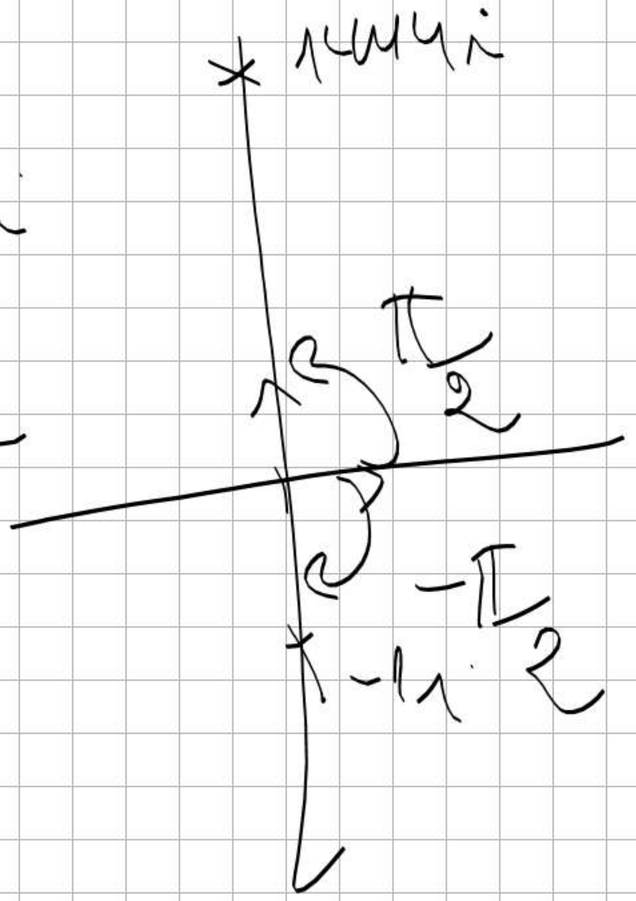
منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

التمرين الثاني : أكتب الأعداد المركبة التالية على شكلها المثلثي ثم الأسي

$z_1 = 1 - i$ ، $z_2 = -2\sqrt{3} - 2i$ ، $z_3 = -1 + \sqrt{3}i$ ، $z_4 = \sqrt{6} + i\sqrt{2}$ ، $z_5 = 2023$ ، $z_6 = -1444$

$z_7 = 1444i$ ، $z_8 = 2023i$





دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

التمرين الثاني:

أكتب الاعداد المركبة التالية على شكلها المثلثي.

- $z_1 = (2+2i)(\sqrt{3}-i)$
- $z_2 = \dfrac{4}{\sqrt{3}+i}$
- $z_3 = \dfrac{3i}{2+2i\sqrt{3}}$
- $z_4 = \dfrac{\sqrt{6}}{1+i}$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت www.dorouscom.com

$z_1 = (2+2i)(\sqrt{3}-i)$ •

$z' \times z''$

$\arg(z_1)$

$|z'| = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

$\cos\theta' = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\theta' = \frac{\pi}{4}$

$z' = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$|z''| = \sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2} = 2$

$\begin{cases} \cos\theta'' = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta'' = -\frac{1}{2} \end{cases}$

$\theta'' = -\frac{\pi}{6}$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$\arg(Z_1) = \arg(Z' \times Z'')$$

$$= \arg(Z') + \arg(Z'')$$

$$= \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12}$$

$$|Z_1| = |Z' \times Z''| = |Z'| \times |Z''|$$

$$= 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$$

$$Z_1 = 4\sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right]$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$z_2 = \frac{4}{\sqrt{3}+i} \cdot$$

$$z_2 = \frac{z'}{z''} \Rightarrow z_2 = 2\left[\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$z' = 4\left[\cos(0) + i\sin(0)\right]$$

$$z'' = 2\left[\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]$$

$$\arg(z_2) = \arg\left(\frac{z'}{z''}\right) = \arg(z') - \arg(z'')$$

$$= 0 - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6}$$

$$|z_2| = \frac{|4|}{|\sqrt{3}+i|} = 2$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$z_3 = \frac{3i}{2+2i\sqrt{3}}$$

$$z_3 = \frac{z'}{z''}$$

$$z_3 = \frac{3}{4}\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

$$z_3 = \frac{3}{4}e^{i\frac{\pi}{3}}$$

4 4 3

$$z' = 3i = 3\left[\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right]$$

$$z'' = 4\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

$$\arg(z_3) = \arg\left(\frac{z'}{z''}\right) = \arg(z') - \arg(z'')$$

$$= \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$|z_3| = \frac{|z'|}{|z''|} = \frac{3}{4}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$z = r[\cos\theta + i\sin\theta]$$

التمرين الثاني:

في كل حالة من الحالات التالية عين طويلة و عمدة العدد المركب z

- $z_1 = 4[\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}]$
- $z_2 = -3[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}]$
- $z_3 = [\sqrt{5}\cos\frac{\pi}{6} - i\sin\frac{\pi}{6}]$
- $z_4 = [\sin\frac{\pi}{6} - i\cos\frac{\pi}{6}]$

$$z_1 = 4\left[\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

$$z_2 = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$$

$$|z_1| = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{16} = 4$$

$$\cos\theta = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\theta = -\frac{2\sqrt{2}}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\theta = -\frac{\pi}{4}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$Z_2 = 4\left[\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right]$$

$$= 4\left[\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right]$$

$$\left(\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} \quad \sin\left(\frac{-\pi}{4}\right) = -\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\arg(Z_1) = -\frac{\pi}{4} \quad \text{و} \quad |Z_1| = 4$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

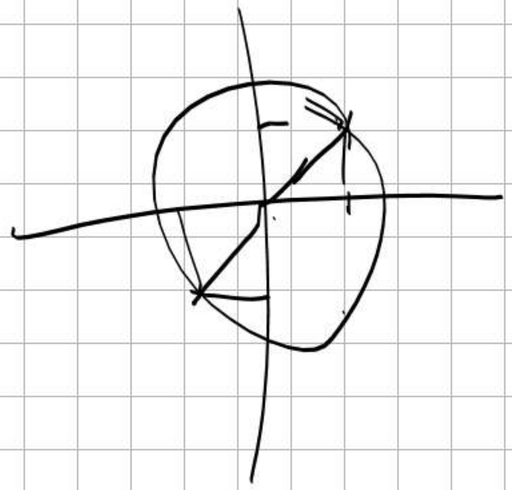
$$Z_2 = -3\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

$$\cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$4\frac{\pi}{3}$

$4\frac{\pi}{4}$



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$z_2 = 3\left[-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]$$

$$= 3\left[\cos\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\pi+\frac{\pi}{3}\right)\right]$$

$$= 3\left[\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right]$$

$$|z_2| = 3 \quad , \quad \arg(z_2) = \frac{4\pi}{3}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

التمرين الثالث:

z_1 و z_2 عددان مركبان حيث: $z_1 = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}}i$ و $z_2 = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{6}i$

1) اكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي.

2) استنتج الطويلة و عمدة للعدد المركب $z_3 = z_1 \times z_2$ ثم اكتب z_3 على الشكل المثلثي.

3) اكتب z_3 على الشكل الجبري.

4) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$

5) بين أن العدد: z_3^{12} حقيقي.

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

1) كتابة z_1 و z_2 على الشكل المثلثي:

ث: $z_1 = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}}i$ و $z_2 = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{6}i$

$|z_1| = \sqrt{\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{9}{2} + \frac{9}{2}} = \sqrt{9} = 3$

$\begin{cases} \cos\theta_1 = \frac{3/\sqrt{2}}{3} \\ \sin\theta_1 = \frac{3/\sqrt{2}}{3} \end{cases}$

$\cos\theta_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ومنه

$\sin\theta_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\theta_1 = \frac{\pi}{4}$

$z_2 = 3\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right]$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$\begin{cases} \cos\theta_2 = \frac{1}{2} \\ \sin\theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{3}$$

$$z_2 = 1/3\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

$$z_2 = \frac{1}{6} + \frac{\sqrt{3}}{6}i$$

$$|z_2| = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1+3}{36}}$$

$$= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\cos\theta_2 = \frac{1/6}{1/3}$$

$$\sin\theta_2 = \frac{\sqrt{3}/6}{1/3}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

z_3 حساب عمدة لـ

$|z_3| = |z_1 \times z_2|$

$= |z_1| \times |z_2|$

$= 3 \times \frac{1}{3} = 1$

$\arg(z_3) = \arg(z_1 \times z_2)$

$= \arg(z_2) + \arg(z_1)$

$= \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$

$\arg(z_3) = \frac{7\pi}{12}$

الدستور المثلثي لـ z_3

$z_3 = \left[\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right]$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$\frac{3}{\sqrt{2}}i \times \frac{\sqrt{3}}{2}i$

z كتابة $z_3 = z_1 \times z_2$ على الشكل الجبري

$$z_3 = z_1 \times z_2$$

$$z_3 = \left(\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}}i\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}i + \frac{1}{2\sqrt{2}}i - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} + \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}\right)i$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{3\times2}}=\sqrt{6}$

$Z_3=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}+\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}i$

$R\ Z_3=\left\{\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12}\right\}$

$\text{Im}\ Z_3=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

$\alpha=\frac{7\pi}{12}$ ، $\cos\frac{7\pi}{12}$ نستنتج أن :

$\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ ، $\sin\alpha=\frac{7\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ نستنتج أن :

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$\arg\left(z_3^{12}\right) = 0 + k2\pi \quad , k \in \mathbb{Z}$

نبين أن z_3^{12} عدد حقيقي (أي تخيلي صرف)

حسب نشر دوافر

$$z_3^{12} = \left[\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right]^{12}$$

$$= \cos\left(\frac{7\pi \times 12}{12}\right) + i\sin\left(\frac{7\pi \times 12}{12}\right)$$

$$= \cos(7\pi) + i\sin(7\pi)$$

$$= \cos(\pi) + i\sin(\pi) = -1$$

عدد حقيقي

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

◄ تطبيقات

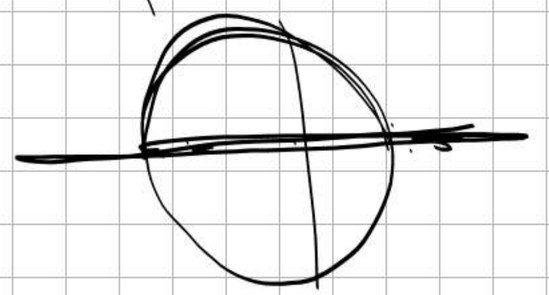
▼ استقامية ثلاث نقط

A و B و C على استقامية اذا وفقط اذا كان

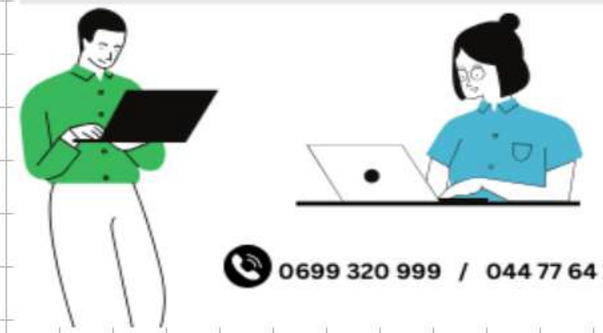
$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ حقيقي.

■ نقول ان z عدد حقيقي يكافئ :

$$\begin{cases} Im(z) = 0 \\ z = \overline{z} \\ \arg(z) = 0 + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك


0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

▼ التعامد

نقول ان المستقيمان (AB) و (AC) متعامدان اذا وفقط ا
العدد المركب

$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ تخيلي صرف.

$$\left(\overrightarrow{AC} ; \overrightarrow{AB}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

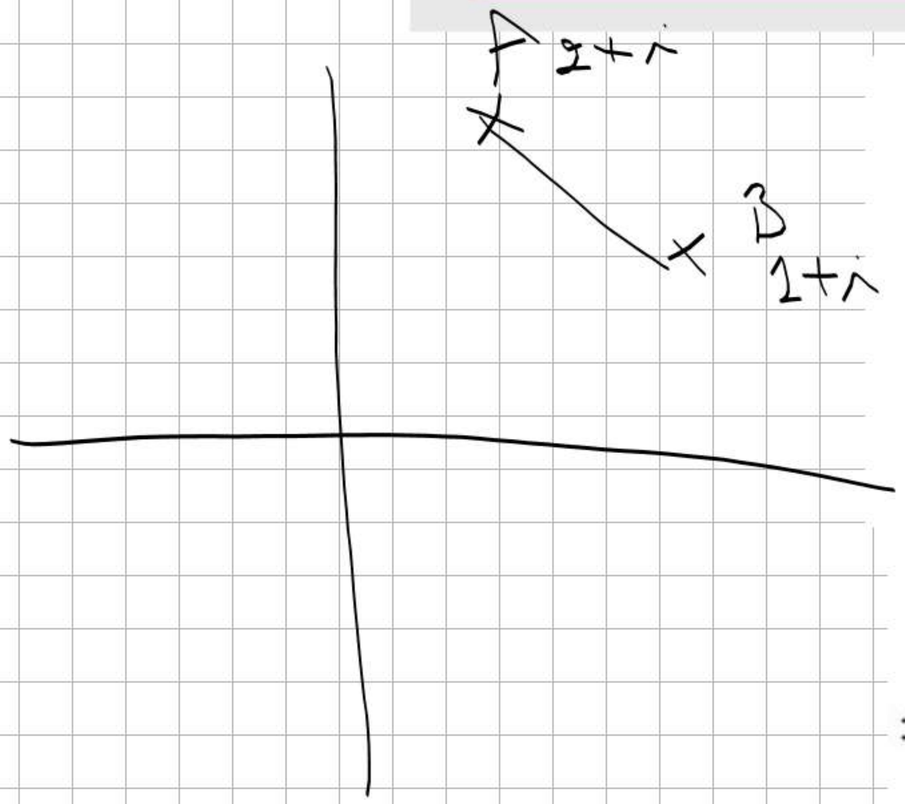
■ نقول ان z **تخيلي صرف** يكافئ:

$$\begin{cases} Re(z) = 0 \\ z = -\overline{z} \\ \arg(z) = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com



◄ حساب المسافات

A و B نقطتان لاحقتهما على الترتيب : z_A و z_B لدينا :

$$AB = |z_B - z_A|$$

◄ حساب الزوايا

A و B نقطتان لاحقتهما على الترتيب : z_A و z_B لدينا :

- $\arg(z_B - z_A) = (\overrightarrow{OI}; \overrightarrow{AB})$
- $\arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right) = (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

التمرين الرابع:

من أجل كل عدد مركب z يختلف عن $-1+i$ ، نضع: $f(z)=\dfrac{2z-i}{z+1-i}$ ، حيث: $z=x+iy$ مع x و y عددان حقيقيان.
في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C ، لواحقها على الترتيب:
$z_A=-1+i$ ، $z_B=\dfrac{1}{2}i$ ، $z_C=-\dfrac{1}{4}+\dfrac{5}{4}i$.

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $f(\overline{z})=-2$.

2) حدد $Re[f(z)]$ و $Imf[(z)]$ بدلالة x و y .

3) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $f(z)$ حقيقيا.

4) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون $|f(z)|=2$

5) بين أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين في النقطة C .

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

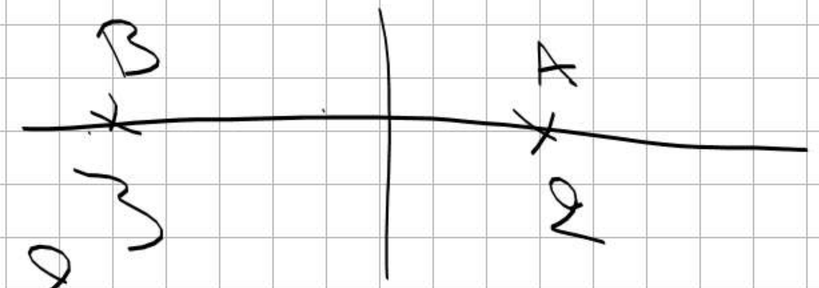
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$|f(z)| = 2$$

$$AB = |z_B - z_A|$$

$$\left|\frac{2z-i}{z+1-i}\right| = 2$$



$$|2z-i| = 2|z+1-i|$$

$$|2z-i| = 2|z+1-i|$$

$$|2(z-\tfrac{i}{2})| = 2|z+1-i|$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$|z-\hat{2}| = |z-(-2+\hat{i})|$$

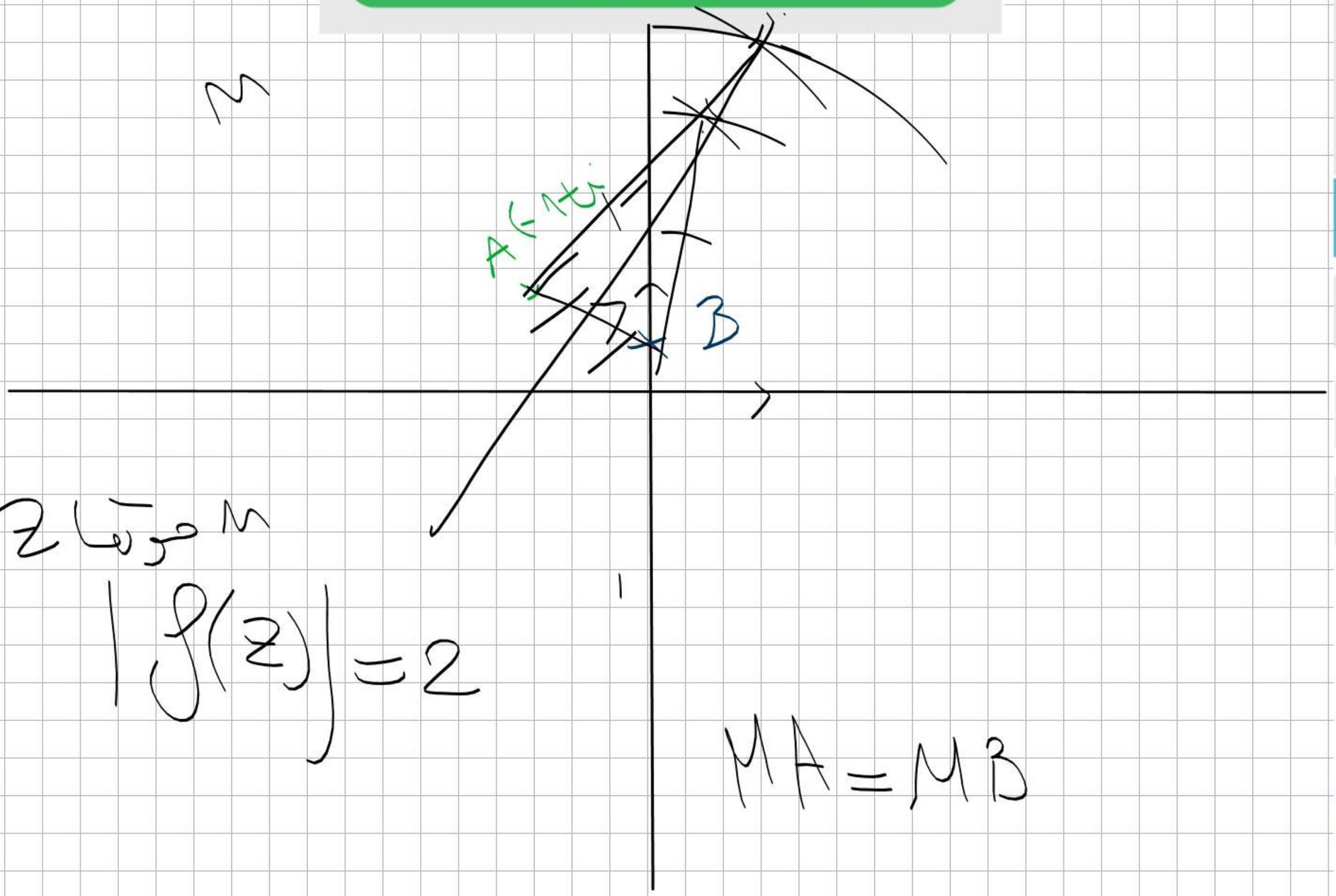
$$|z-\hat{2}| = |z-(-1+\hat{i})|$$

$MB = MA$

مجموعة النقط M من المستوى التي تكون المسافة بينها و بين النقطة B تساوي المسافة بينها و بين النقطة A هي محور القطعة $[AB]$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com



مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $|f(z)| = 2$

$MA = MB$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

علوم تجريبية - 2009 - الموضوع الثاني (04 نقاط)

المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 - 2z + 4 = 0$

2) نسمي z_1 و z_2 حلي هذه المعادلة.

ا) اكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الأسي.

ب) A ، B و C هي النقط من المستوي التي لواحقها على الترتيب :

$z_A = 1 - i\sqrt{3}$ ، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = \frac{1}{2}(5 + i\sqrt{3})$ (i يرمز الى العدد المركب الذي يحقق $i^2 = -1$)

- احسب الاطوال AB ، AC و BC استنتج طبيعة المثلث ABC

ج) جد الطويلة و العمدة للعدد : $z = \frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$

د) احسب z^3 ، z^6 استنتج ان z^{3k} عدد حقيقي من اجل كل عدد طبيعي k.

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

z_1, z_2 هما جذرا المعادلة

$$z_1 = \frac{-b-\omega}{2a} = \frac{2-2\sqrt{3}i}{2} = 1-\sqrt{3}i$$

$$z_2 = \frac{-b+\omega}{2a} = \frac{2+2\sqrt{3}i}{2} = 1+\sqrt{3}i$$

$$z_1 = 2e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}, \quad z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$$

$$AB = |z_A - z_B| = |1 - i\sqrt{3} - 1 - i\sqrt{3}|$$

$$= |-2\sqrt{3}i| = 2\sqrt{3}$$

$$CB = |z_C - z_B| = \left|\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i - 1 - i\sqrt{3}\right|$$

$$= \left|\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right| = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}}$$

$$= \sqrt{3}$$

$$AC = |z_C - z_A|$$

$$= \left|\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i - 1 + i\sqrt{3}\right|$$

$$= \left|\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i\right|$$

$$= \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{27}{4}} = 3$$

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$BC^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$$

$$AB^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$$

$$AC^2 = 3^2 = 9$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$z^2 - 2z + 4 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(4)$$

$$= 4 - 16 = -12$$

$$= i^2 12$$

$$= \left(i\sqrt{3}\right)^2$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11