

حل
ر
د

$$z^2 - 2(1 + \sqrt{2})z + 2(\sqrt{2} + 2) = 0 \quad (6)$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



التمرين الثاني: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

1) حلا المعادلة $8z^2 - 4z + 1 = 0$ ذات المجهول z في \mathbb{C} هما:

(أ) $-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$ و $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$ (ب) $-\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$ و $-\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$

(ج) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$ و $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$

2) الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{1 + \sqrt{3} + i}{1 - i}$ هو:

(أ) $\frac{\sqrt{3}}{2} + i \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)$

(ب) $\frac{\sqrt{3}}{2} - i \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)$

(ج) $\frac{\sqrt{3}}{2} + i \left(\frac{-2 + \sqrt{3}}{2} \right)$

3) الجذران التربيعيان للعدد المركب $-8 + 6i$ هما:

(أ) $1 + 3i$ و $-1 - 3i$

(ب) $1 + 3i$ و $1 - 3i$

(ج) $3 + i$ و $-3 - i$

$$az^2 + bz + c = 0, \Delta = (-8 + 6i)$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$8z^2 - 4z + 1 = 0 \quad (\wedge)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \text{مباين المحيز}$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(8)(1)$$

$$\Delta = 16 - 32 = -16 \\ = (4i)^2$$

بمعناه $\Delta = -16$ من جذور $4i$
حلول المعادلة $4i$ ، $4i$ و $4i$



$$z_1 = \frac{-b - \omega}{2a} = \frac{4 - 4i}{16} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4}i$$

$$z_2 = \frac{-b + \omega}{2a} = \frac{4 + 4i}{16} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}i$$

الإصْرَاح (أي الصحيح)



$$\frac{2 + \sqrt{3} + i}{1 - i}$$

→ الدالكن الجبري

$$\frac{(1 + \sqrt{3} + i)(1 + i)}{(1 - i)(1 + i)} = \frac{\cancel{1} + i + \sqrt{3} + \sqrt{3}i + i + i^2}{1^2 - i^2} = \frac{\sqrt{3} + \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2}\right)i}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{2}\right)i$$

الإعتراح (أ) هو المسجع

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$-8 + 6i$ نبدأ من جذورة التريفة

نفرس $w = x + iy$ هو عدد $-8 + 6i$

$$w^2 = -8 + 6i$$

$$w^2 = (x + iy)^2 = x^2 + 2xiy + (iy)^2$$

$$= x^2 - y^2 + 2xyi$$

$$= -8 + 6i = |w|^2$$

$$\sqrt{(-8) + 6i}$$

$$|w|^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2 = x^2 + y^2$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = -8 & \text{①} \\ 2xy = 6 & \text{②} \\ x^2 + y^2 = 10 & \text{③} \end{cases}$$

$$2x^2 = 2$$

$$\text{جمع ① + ③}$$

$$x = -1 \text{ أو } x = 1 \text{ أو } |x| = 1 \text{ أو } x^2 = 1$$



نحلها في $x=1$ في المعادلة ① $2y=6$

$$y=3$$
$$w_1 = 1 + 3i$$

نحلها في $x=-1$ في المعادلة ②

$$-2y=6$$

$$y=-3$$

$$w_2 = -1 - 3i$$

الإنتهاء كالمعتاد



تطبيق:

حل في \mathbb{C} المعادلة : $Z^2 + (1-i)Z - 6i = 0$

$$a = 1, b = 1-i, c = -6i$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

نكتب الجزء :

$$\Delta = (1-i)^2 - 4(1)(-6i)$$

$$\Delta = (1 - 2i + i^2) + 24i$$

$$= 22i = (\sqrt{22})^2$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



نحسب من جزر Δ : زرع $\omega = x + yi$

حزب Δ لزن $\omega^2 = \Delta$

$$|\omega|^2 = |\Delta| \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 22$$

$$x^2 - y^2 + 2xyi = 22i$$

① + ② تتصل

$$2x^2 = 22$$

$$x = \sqrt{11}$$

$$x = -\sqrt{11}$$

$$x^2 = 11$$

$$x^2 + y^2 = 22$$

$$x^2 - y^2 = 0$$

$$2xy = 22$$

$$2\sqrt{11}y = 22 \quad \text{حيث } x = \sqrt{11}$$

$$y = \sqrt{11} \quad \text{بالتالي } y = \frac{22}{\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}}$$

$$w_2 = \sqrt{11} + \sqrt{11}$$

$$-2\sqrt{11}y = 22 \quad \text{حيث } x = -\sqrt{11}$$

$$y = -\sqrt{11}$$

$$w_2 = -\sqrt{11} - \sqrt{11}$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



وهذه هي حلول المعادلة Z_1 و Z_2 :

$$Z_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 + i + \sqrt{1 + 5}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{1+5} - 1}{2} + \left(\frac{\sqrt{1+5} + 1}{2} \right) i$$

$$Z_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 + i - \sqrt{1 + 5}}{2}$$

$$= \frac{-1 - \sqrt{1+5}}{2} + \left(\frac{1 - \sqrt{1+5}}{2} \right) i$$

1 حصص مباشرة

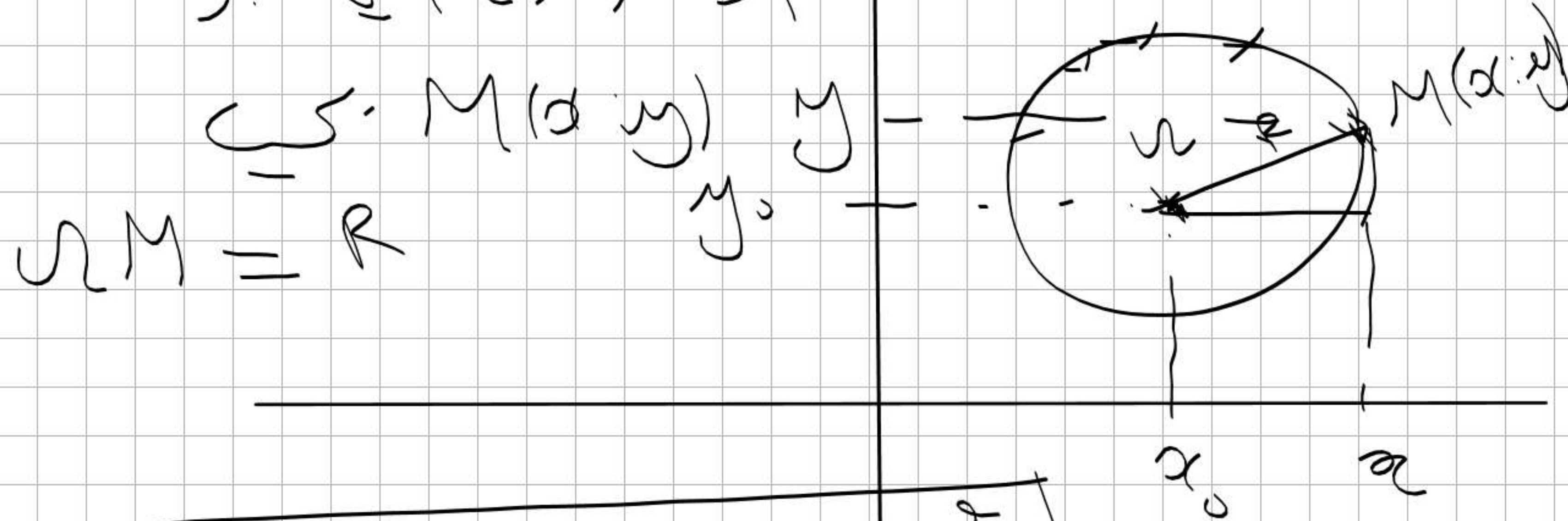
2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



أرأيت (ج) هي مجموعة النقط



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





34 في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0; \bar{i}, \bar{j})$ ، نعتبر الدائرة (C)

التي معادلتها $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ نبدأ أيضا دائرة:

$$x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 - 2y + 1 - 1 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$$

مركزه (C) هي دائرة مركزها $(1; 1)$ و نصف القطر هو $\sqrt{2}$



تطبيق:

في المستوي المركب نعتبر مجموعة النقط $M(x; y)$ حيث $x; y$ عدنان حقيقيان

ونعتبر العدد المركب Z حيث $Z = x^2 - 4x + 5i + (y - 1 + i - iy^2)i$

(1) أكتب على Z الشكل الجبري معيناً جزأه الحقيقي والتخيلي.

(2) عين مجموعة النقط $M(x; y)$ حتى يكون Z حقيقياً.

(3) عين مجموعة النقط $M(x; y)$ حتى يكون Z تخيلياً صرفاً.

١) الكتابة البرية لـ Z

$$Z = x^2 - 4x + 5i + (y - 1 + i - iy^2)i$$

$$= x^2 - 4x - 1 + y^2 + (5 + y - 1)i$$

$$z = x^2 - 4x - 1 + y^2 + (4 + y)i$$

$$\operatorname{Re}(z) = x^2 - 4x - 1 + y^2$$

$$\operatorname{Im}(z) = 4 + y$$

عند تعيين مجموعة النقط (x, y) لكي z يكون حقيقياً

$$\operatorname{Im}(z) = 0$$

$$4 + y = 0$$

$$y = -4$$





ملف الحصة المباشرة و المسجلة



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



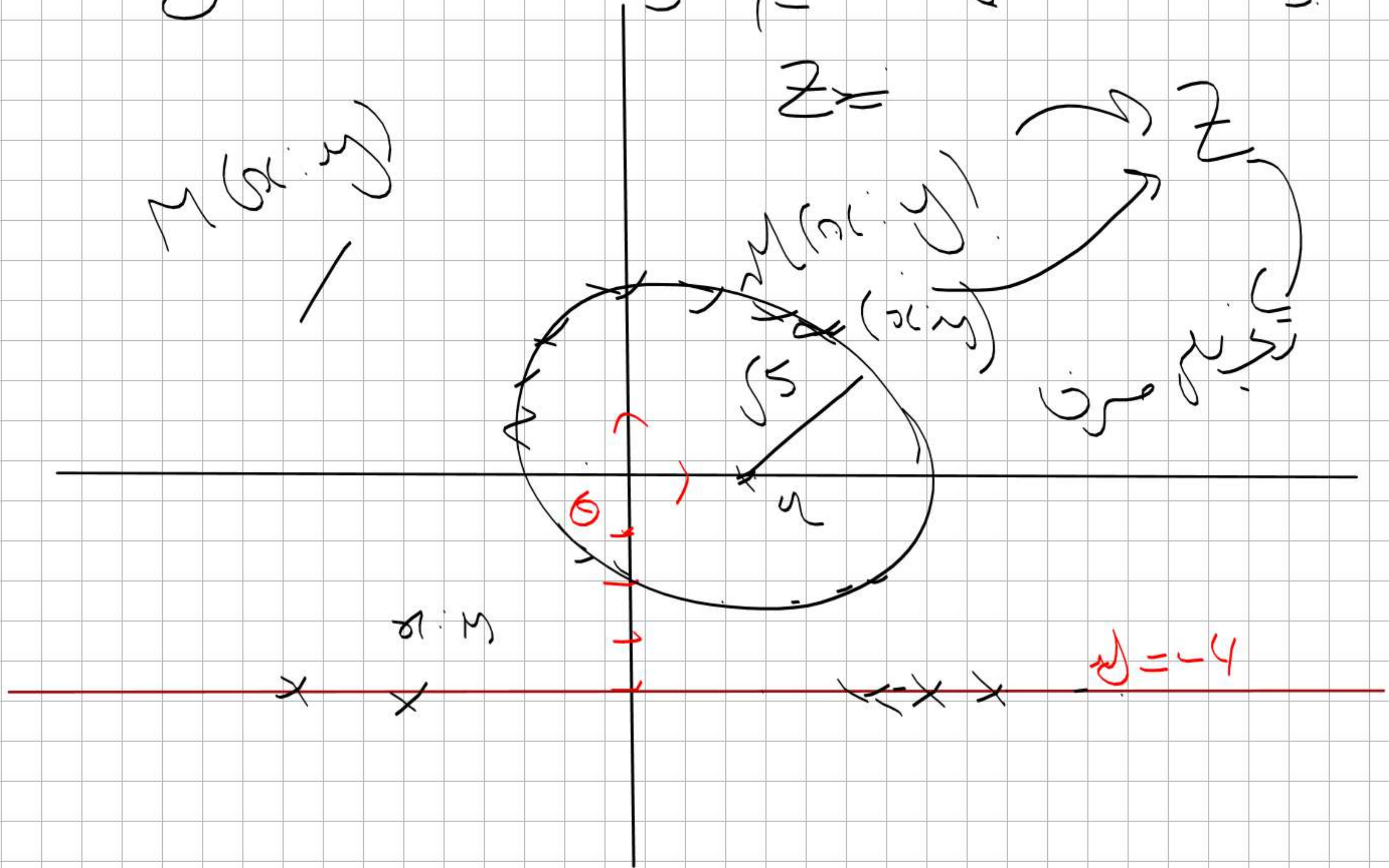
مركبة النقاط من أسفل من السعادة $y = -4$

$x = 2$

مركز الدائرة

نقطة المركز (2, 2)

نقطة المركز (2, 2)



(3) نعين نقطة القطب (2:5) في مركز دائرة نظرياً من

معادلة مستقيمة $\text{Re}(z) = 0$

$$x^2 - 4x - 1 + y^2 = 0$$

$$x^2 - 2 \times \left(\frac{4}{2}\right)x + 4 - 4 - 1 + (y - 0)^2 = 0$$

$$(x - 2)^2 + (y - 0)^2 = 5$$

مركز دائرة القطب من دائرة مركزها (2:0) و نصف قطرها $\sqrt{5}$.

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





التمرين التاسع :

x و y عددان حقيقيان. لتكن المجموعة (S) مجموعة النقط $M(xy)$ من المستوي حيث $z = x^2 + y(1 + i) - i$

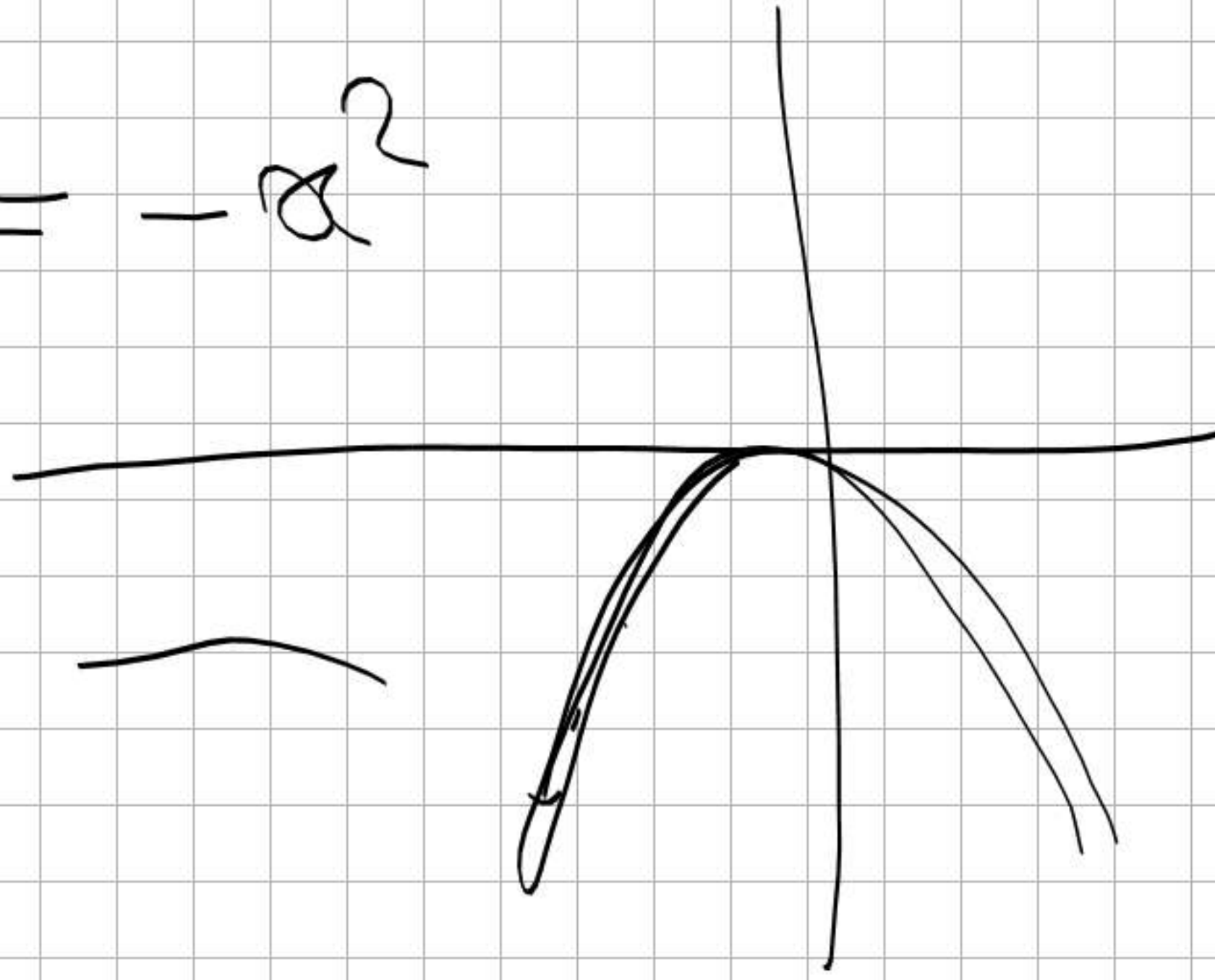
(1) اكتب العدد z على شكله الجبري معينا جزؤه الحقيقي و جزؤه التخيلي.

(2) عين ثم انشئ المجموعة (S) في الحالتين الاتيتين :

(أ) z عدد حقيقي.

(ب) z عدد تخيلي صرف

$$y = -x^2$$



دسكس - $M(x, y)$

التمرين 11:

M نقطة من المستوي لاحتقتها العدد $Z = x + iy$ حيث x و y عدنان حقيقيان.

$$M' \text{ نقطة أخرى لاحتقتها } Z' = \frac{Z+1}{Z-1}$$

$$Z \neq 1$$

- 1) أكتب Z' على الشكل الجبري.
- 2) عين مجموعة النقط M من المستوي حتى يكون العدد Z' حقيقيا.
- 3) عين مجموعة النقط M من المستوي حتى يكون العدد Z' تخيليا بحتا.

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

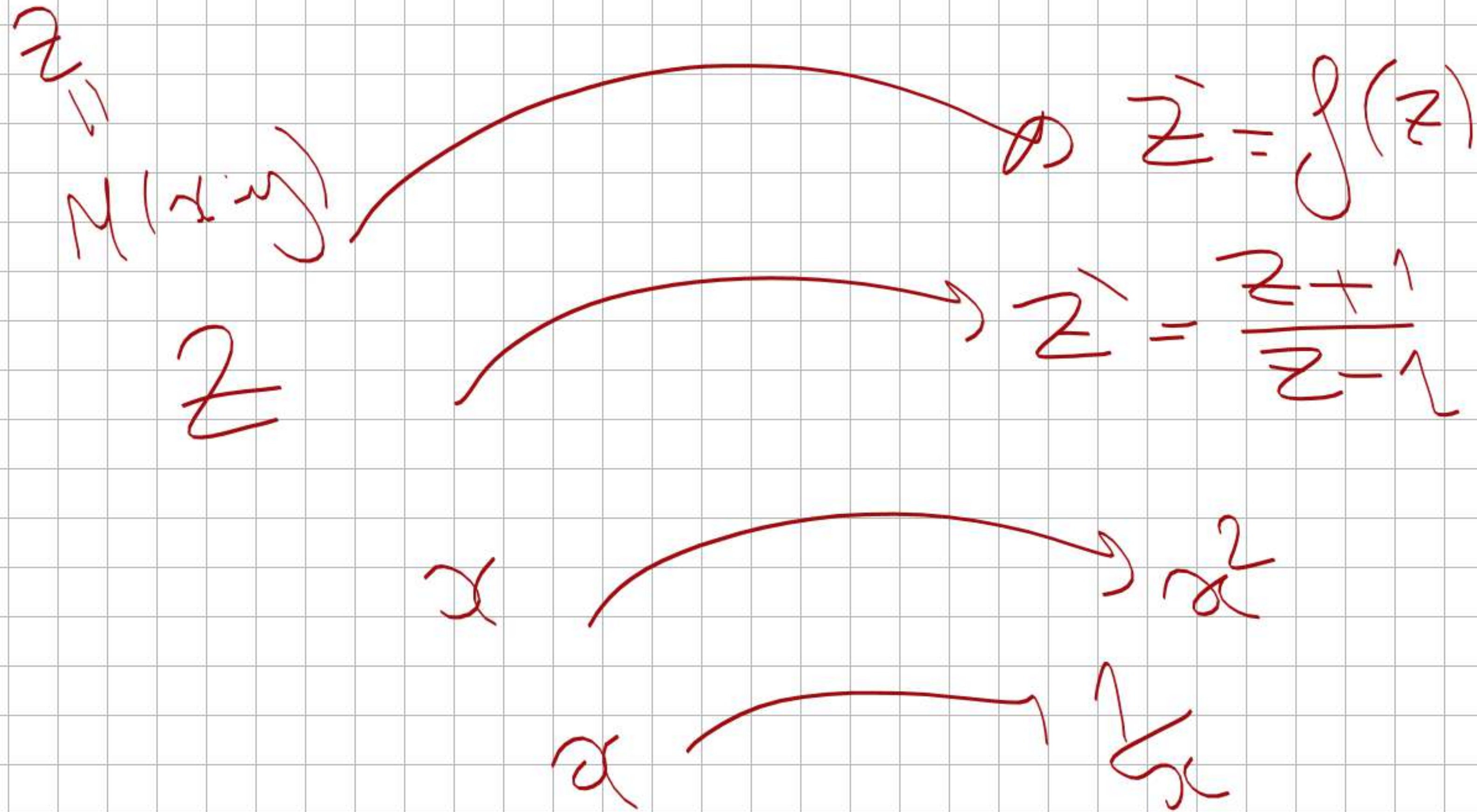
1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



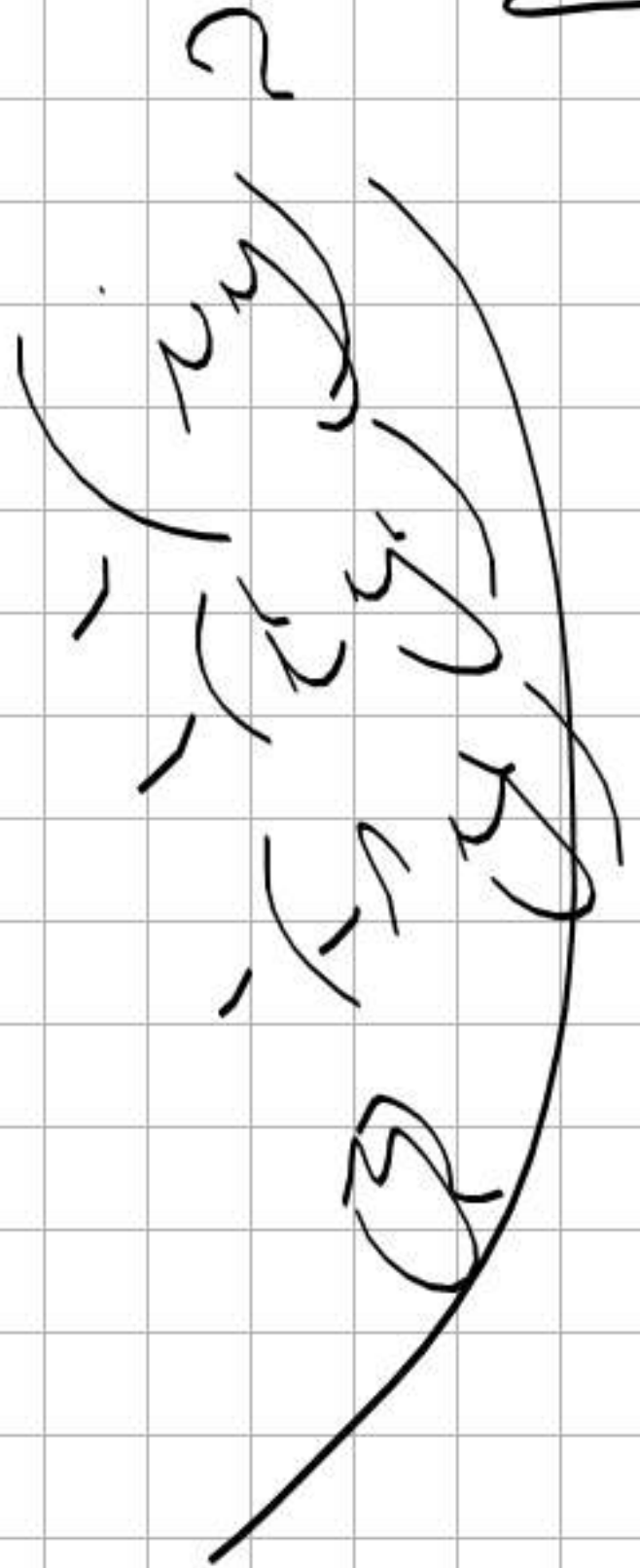
الشكل البري 2

$$z = x + iy$$

$$z' = \frac{z + 1}{z - 1} = \frac{x + iy + 1}{x + iy - 1}$$

$$= \frac{x + 1 + iy}{x - 1 + iy} \times \frac{(x - 1 - iy)}{(x - 1 - iy)}$$

$$= \frac{x^2 - x - ixy + x - 1 - iy + iyx - iy}{(x - 1)^2 - (iy)^2}$$



$$z' = \frac{x^2 - 1 + y^2 - 2yi}{(x-1)^2 + y^2}$$

$$z' = \frac{x^2 + y^2 - 1}{(x-1)^2 + y^2} + i \left(\frac{-2y}{(x-1)^2 + y^2} \right)$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



(2) نبحث عن نقطة التقاط من دكر z' حقيقي
الحقيقي صيغته z' كما هو $\text{Im } z' = 0$

$$\frac{-2y}{(x-1)^2 + y^2} = 0$$

تكون $-2y = 0$ أو $(x-1)^2 + y^2 \neq 0$

$y = 0$ أو $(x, y) \neq (1, 0)$

(مستدرك)
 $y = 0$

نقطة التقاط هي $(1, 0)$ فقط



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

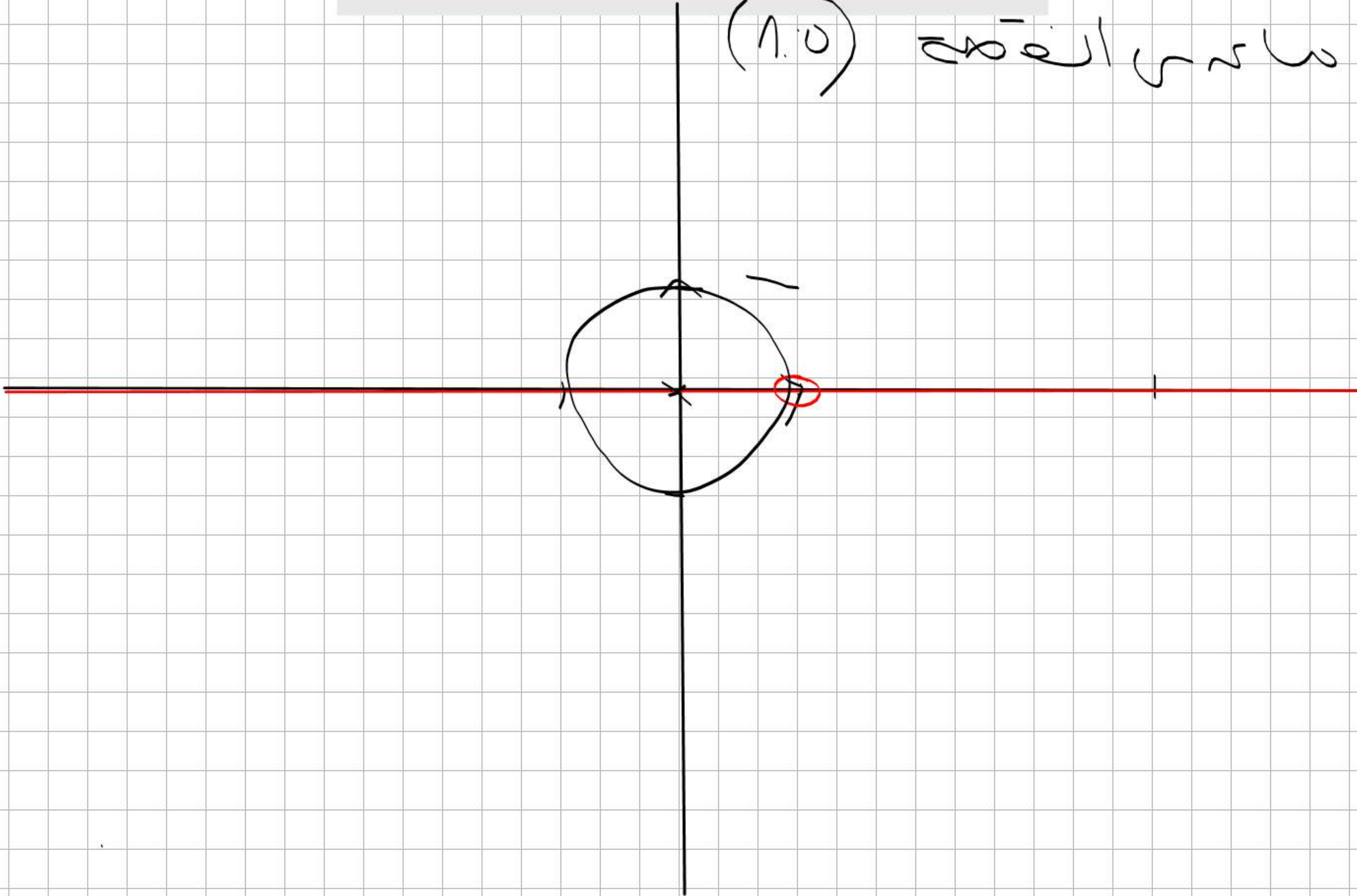
2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



مساحة الصفحة (1.5)



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





3) نضربنا حبة الفعطة من دكتور جزي

جزي صبي زكائي
 $Re(z) = 0$

$$\frac{x^2 + y^2 - 1}{(x-1)^2 + y^2} = 0 \quad \text{د كافي}$$

$x^2 + y^2 - 1 = 0$ و $(x-1)^2 + y^2 \neq 0$

د كافي
 $x^2 + y^2 = 1$ و $(x, y) \neq (1, 0)$

في دائرة مركزها (0,0) ونصف قطرها

$r=1$
→ مركز العينة (1,0)

التمرين 10:

z عدد مركب حيث $z = x + iy$ ، مع x و y عدداً حقيقيين. من أجل كل عدد مركب z يختلف عن $-i$ نعرف العدد المركب

$$Z = \frac{z - i}{z + i}$$

(1) اكتب العدد Z على الشكل الجبري.

(2) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد Z حقيقياً.

(3) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد Z تخيلياً صرفاً.

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





ملف الحصة المباشرة و المسجلة



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$\theta = (\vec{OI}; \vec{OM})$$

$$x = OM \cdot \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{x}{OM}$$

$$y = OM \cdot \sin \theta = \frac{z}{OM}$$

$$z = x + iy$$

$$z = OM(\cos \theta + i \sin \theta)$$

θ

$M(x, y)$

θ

θ

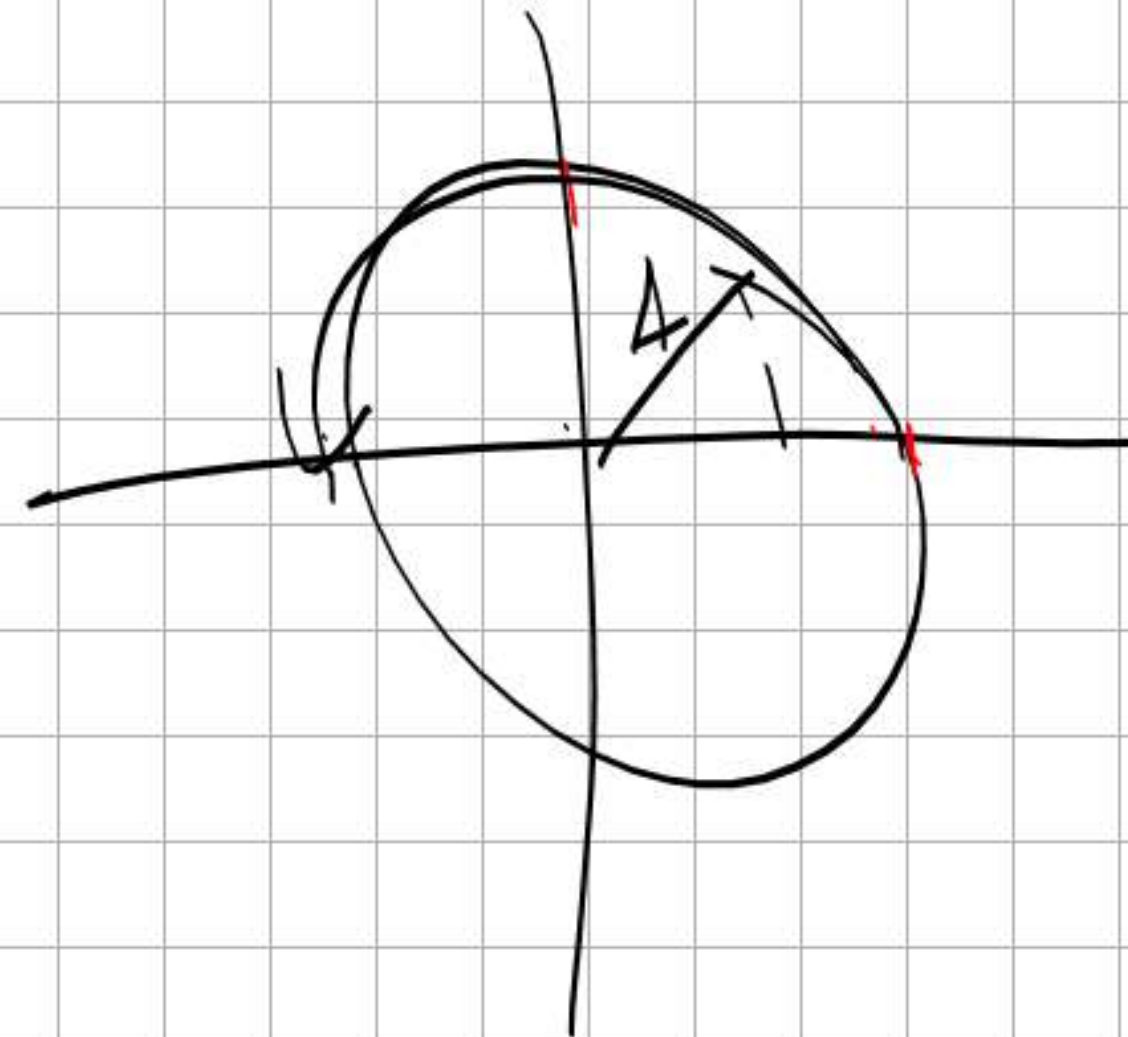
θ

M

الزاوية α في \sin و \cos α α α α α α

$\sin \alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	$\frac{\sqrt{0}}{2} = 0$	$\frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2} = 1$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$

$\sin \alpha$ $\cos \alpha$



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



عمدته: $(\vec{u}; \overrightarrow{OM}), |z| \neq 0$

$$\left. \begin{array}{l} \cos \theta = \frac{x}{|z|} \\ \sin \theta = \frac{y}{|z|} \end{array} \right\} \theta + 2k\pi; k \in \mathbb{Z}$$

الشكل المثلثي

z عدد مركب حيث $z = x + iy$ ، شكله المثلثي يعطى بـ:

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

حيث $r = |z|$ طولية z و θ عمدة z

$$\arg(z) = \theta$$

الشكل الاسي

z عدد مركب حيث $z = x + iy$ ، شكله الاسي يعطى بـ:

$$z = |z|e^{i\theta} = re^{i\theta}$$

$$z = |z|e^{i\theta}$$

دستور موافر:

$$z^n = [r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n(\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



الزوايا المرفقة:

$$\cos(2\pi + x) = \cos(x)$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin(x)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin(x)$$

$$\sin(2\pi + x) = \sin(x)$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$$

$$\sin(\pi - x) = \sin(x)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos(x)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$$

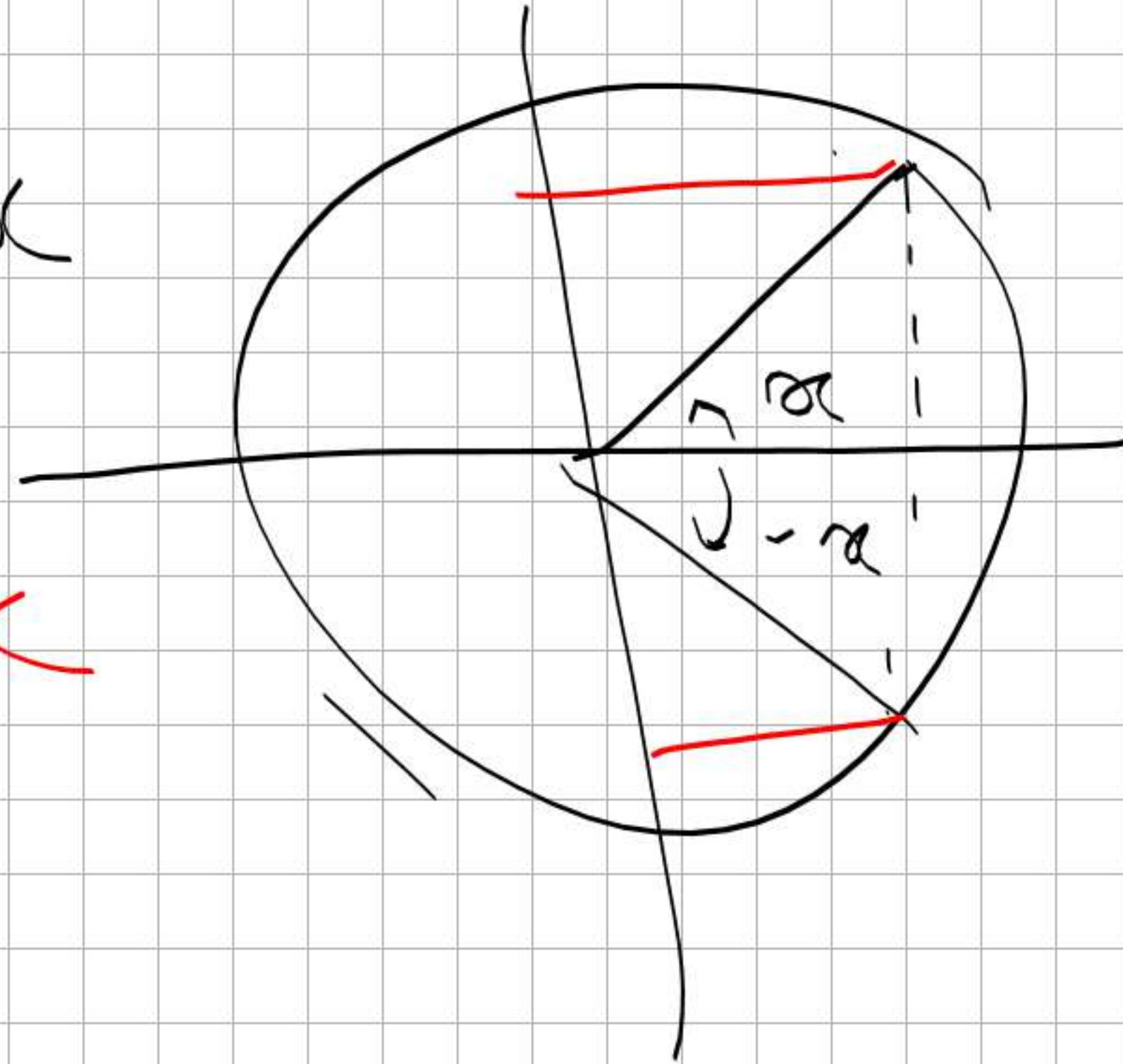
أحصل على بطاقة الإشتراك



$$\cos(x + 2\pi k) = \cos x$$
$$\sin(x + 2\pi k) = \sin x$$

$$\cos(-x) = \cos x$$

$$\sin(-x) = -\sin x$$





تطبيق:

$$z = x + iy$$

أكتب الأعداد التالية على الشكل المثلثي ثم الأسّي

$$1) z = 1 + i$$

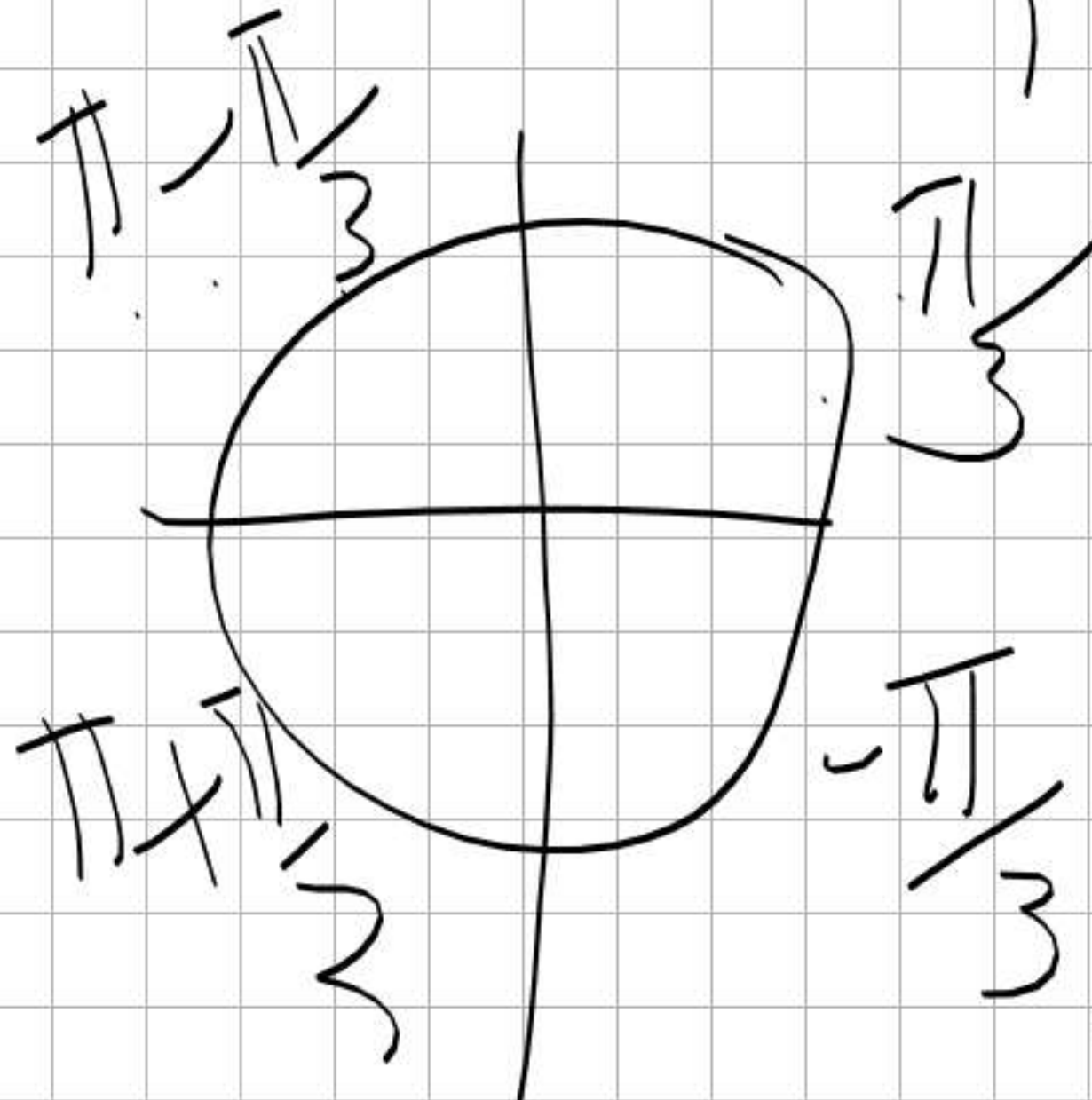
$$2) z = \frac{-5}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i$$

$$3) z = -2\sqrt{3} - 2i$$

$$4) z = 1 - i$$

$$|z| = \sqrt{\frac{2^2}{4} + \frac{7^2}{4}} = \frac{10}{2} = 5$$

$$z = 5 \left[\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right]$$

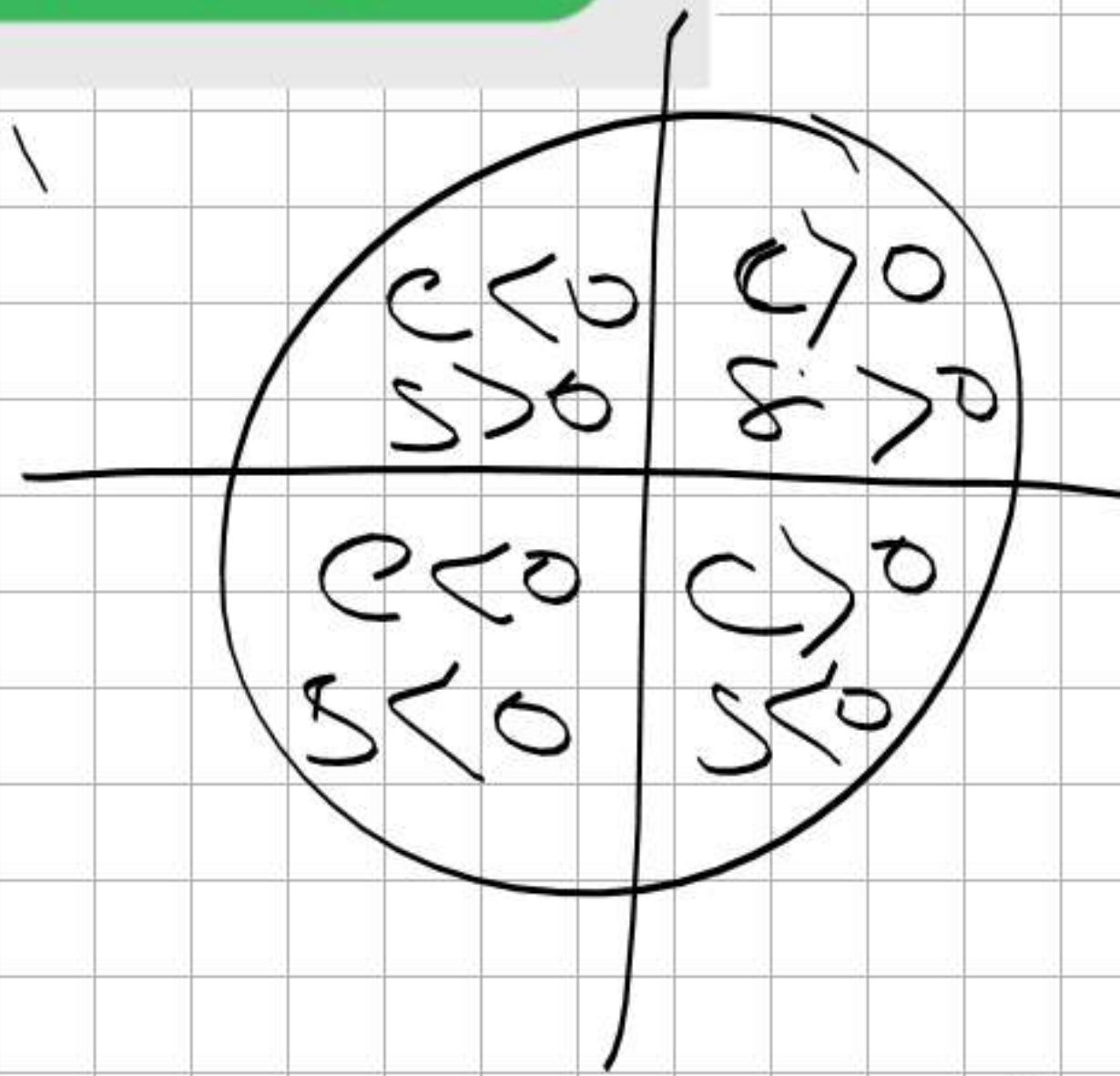


$$\cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$$

الرقم المركب $z = 1 + i$

العدد $r = |z| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$



$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (with handwritten notes: $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2}$)

$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (with handwritten notes: $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2}$)

$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$z = \sqrt{2}$

$$\theta = \left(\frac{\pi}{4}\right) + 2\pi k$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\arg(z) = \frac{\pi}{4}$$

$$z = \sqrt{2} \left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك

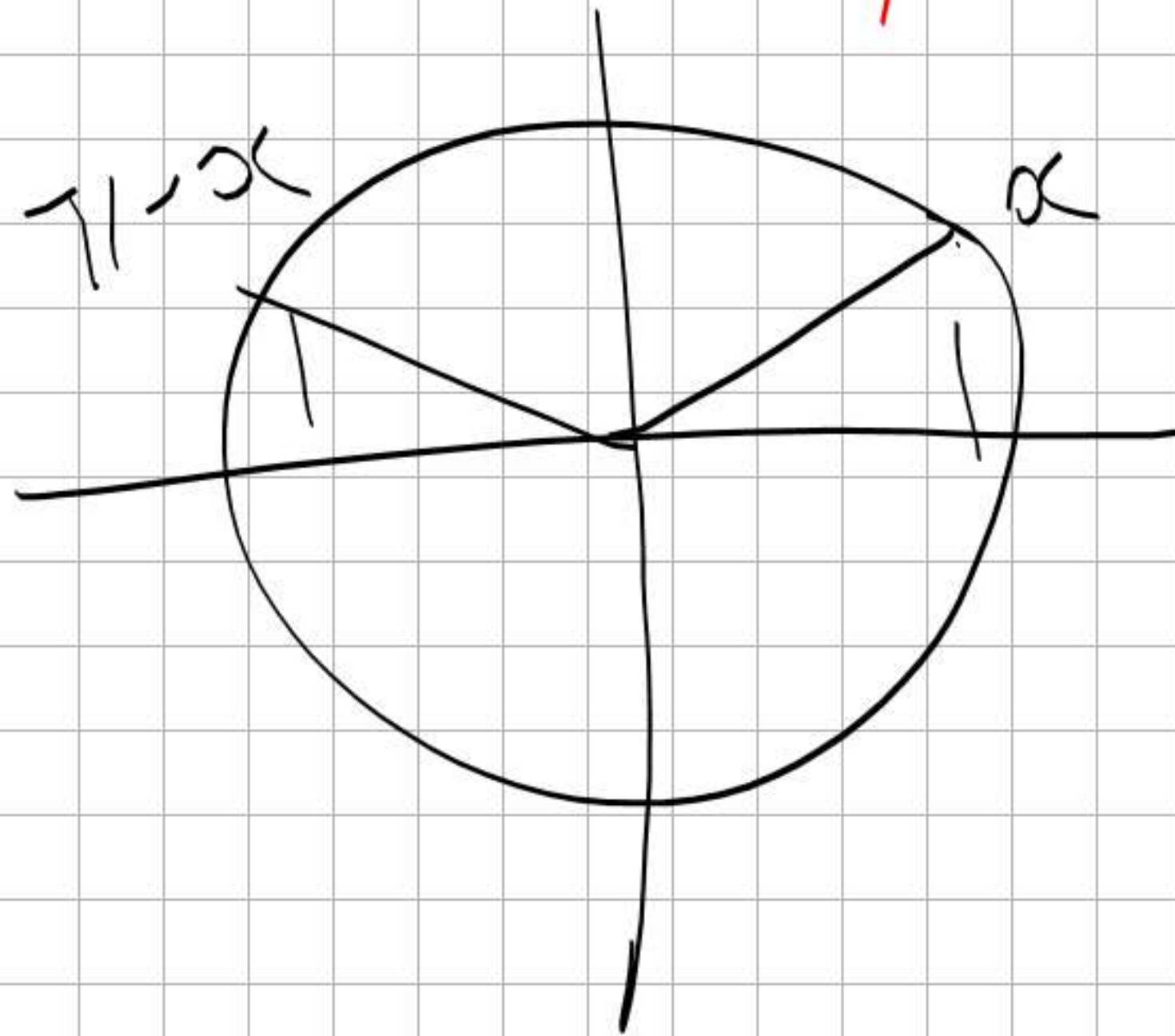
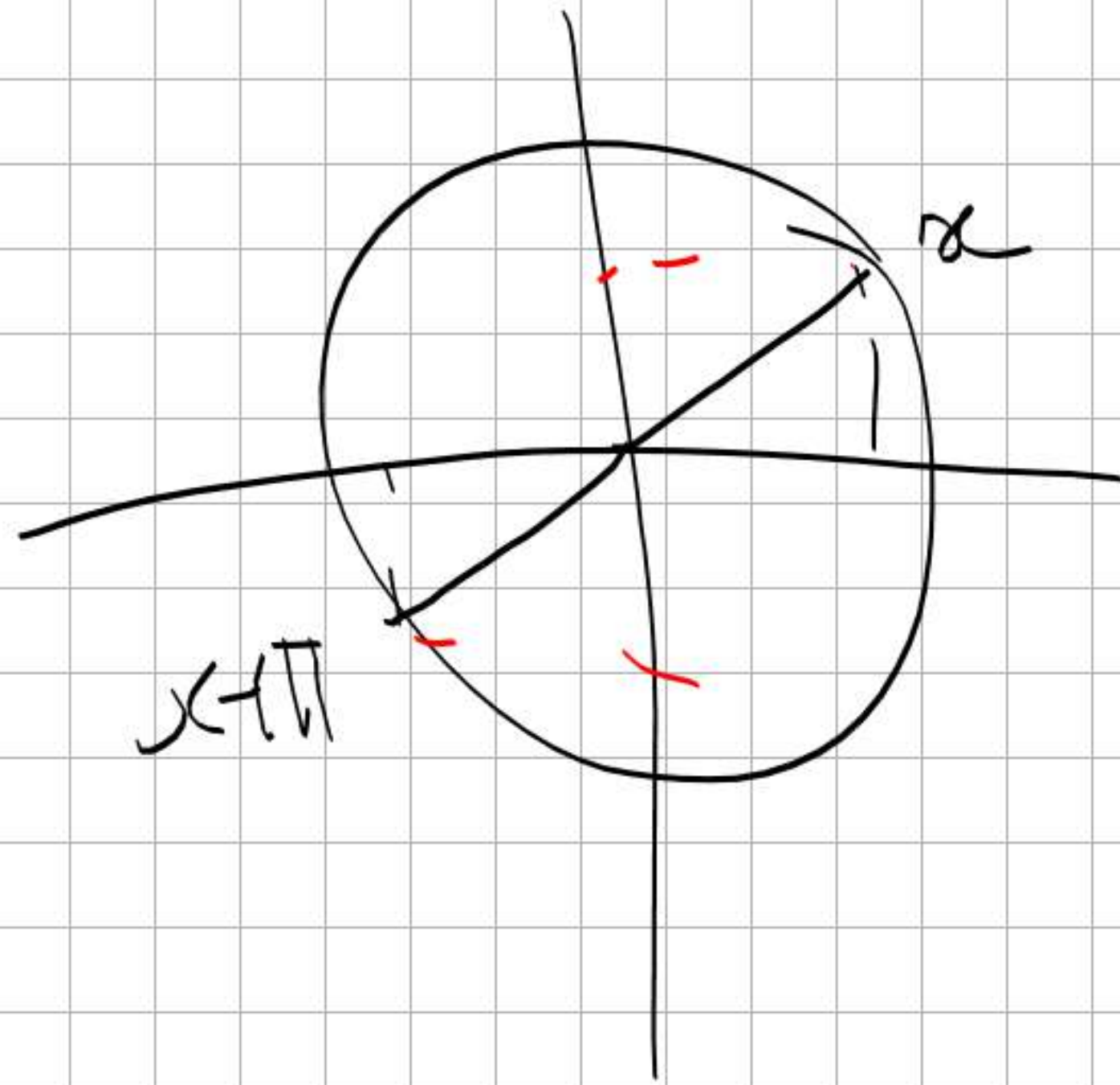


$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$



حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



التمرين الثاني : أكتب الأعداد المركبة التالية على شكلها المثلثي ثم الأسّي

$$z_6 = -1444 \text{ ، } z_5 = 2023 \text{ ، } z_4 = \sqrt{6} + i\sqrt{2} \text{ ، } z_3 = -1 + \sqrt{3}i \text{ ، } z_2 = -2\sqrt{3} - 2i \text{ ، } z_1 = 1 - i$$

$$z_8 = 2023i \text{ ، } z_7 = 1444i$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



◀ خواص العمدة

من اجل كل $z \in \mathbb{C}^*$ و $z' \in \mathbb{C}^*$

$$\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \quad \blacksquare$$

$$\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z') \quad \blacksquare$$

$$\arg(\bar{z}) = -\arg(z) \quad \blacksquare$$

$$\arg(z^n) = n \arg(z) \quad \text{مع } n \in \mathbb{Z} \quad \blacksquare$$

التمرين 14:

$$z = \frac{4 + 4i}{1 - i\sqrt{3}} \text{ ليكن}$$

(1) اكتب z على شكله الجبري.

(2) اكتب z على شكله المثلثي.

(3) اكتب على شكلها المثلثي كل من الاعداد $\frac{1}{z}$ ، z^{2009} ، \bar{z} .

