

الشكل الجبري

$$z = 3 - i$$

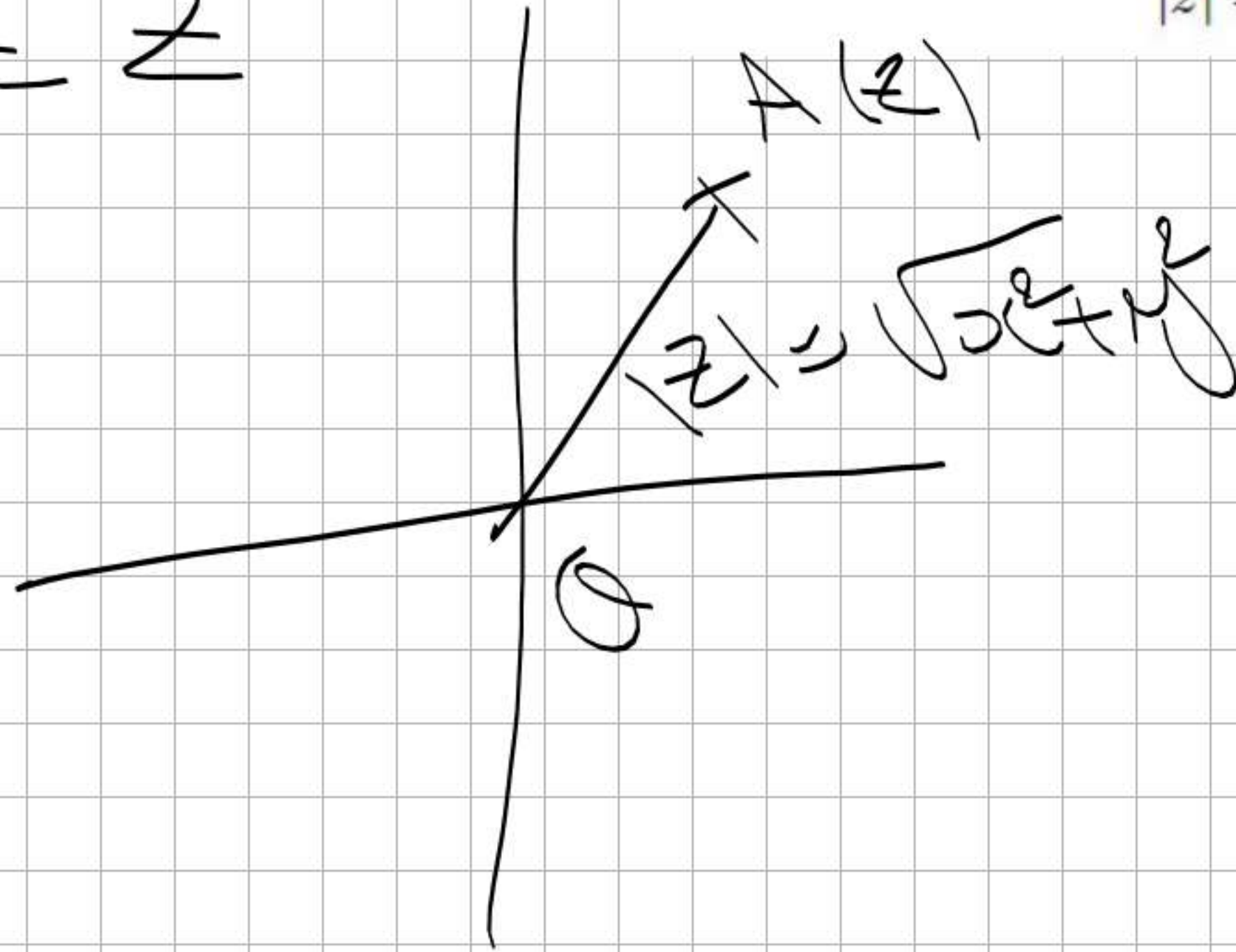
$$\bar{z} = 3 + i$$

$$\overline{(z)} = z$$

$$\begin{cases} x = \text{Re}(z) \\ y = \text{Im}(z) \end{cases} \quad z = x + iy \text{ حيث}$$

$$\bar{z} = x - iy \text{ مرافقه}$$

$$|z| = OM = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ طويلته}$$



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



التمرين الأول:

اكتب على الشكل الجبري العدد المركب z المعرف في كل من الحالات المقترحة التالية :

$$z = 3 + 2i - 1 + 3i \quad (1)$$

$$z = 6 + i - (2 + 4i) \quad (2)$$

$$z = 12 - 3i - 4 - 5 + 8i \quad (3)$$

$$z = (1 + 2i)(4 + 3i) \quad (4)$$

$$z = (3 - i)(2 + 7i) \quad (5)$$

$$z = (1 + i)^2 \quad (6)$$

$$z = (3 + i\sqrt{5})(3 - i\sqrt{5}) \quad (7)$$

$$z = (2 - 5i)^2 \quad (8)$$

$$z = (1 + i)(2 - 3i)(1 + i) \quad (9)$$

$$z = (2 + i)^2(1 - 2i) \quad (10)$$

$$z = x + iy$$
$$z = r\cos\theta + i r\sin\theta$$



$$z = \underline{3} + 2i - \underline{1} + 3i$$

$$z = 2 + 5i$$

$$\text{Re}(z) = 2$$

$$\text{Im}(z) = 5$$

$$z = 6 + i - (2 + 4i)$$

$$= \underline{6} + \underline{i} - \underline{2} - \underline{4i}$$

$$= 4 - 3i$$

$i - 4i$
 $(1-4)i$
 $-3i$

$$z = 12 - 3i - 4 - 5 + 8i$$

$$z = 3 + 5i$$

$$z = (1 + 2i)(4 + 3i)$$

$$z = 4 + 3i + 8i + 6i^2$$

$$z = 4 + 11i - 6$$

$$z = -2 + 11i$$

3

2 + 3i - 6 = -4 + 3i

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصة مباشرة

1

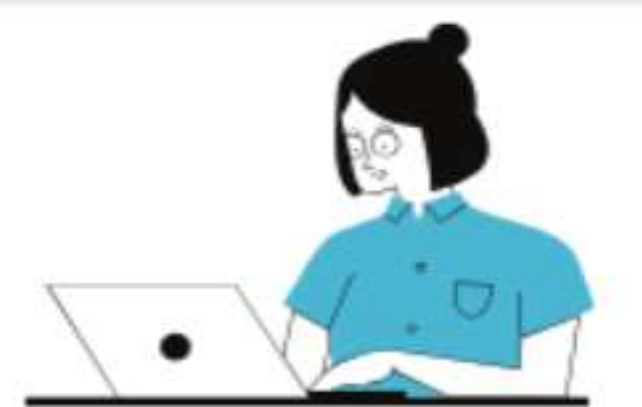
حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$z = (3 - i)(2 + 7i)$$

$$z = 6 + 21i - 2i - 7i^2$$

$$z = 6 + 19i + 7$$

$$z = 13 + 19i$$

$$z = (1 + i)^2$$

$$z = 1^2 + 2i + i^2$$

$$z = 2i$$

$$\operatorname{Re}(z) = 0, \operatorname{Im}(z) = 2$$

$$z = (3 + i\sqrt{5})(3 - i\sqrt{5})$$

$$z = 9 - i3\sqrt{5} + i3\sqrt{5}$$

$$-i^2(\sqrt{5})^2 = 5$$

$$z = 14, \operatorname{Re}(z) = 14, \operatorname{Im}(z) = 0$$

$$z = (2 - 5i)^2$$

$$z = 4 - 2(2)(5i) + (5i)^2$$

$$z = 4 - 20i - 25$$

$$z = -21 - 20i$$



$$z = \underline{(1+i)}(2-3i)\underline{(1+i)}$$

$$\begin{aligned} z &= (1+i)^2(2-3i) \\ &= (1+2i+i^2)(2-3i) \\ &= 2i(2-3i) \\ &= 4i - 6i^2 \\ &= 6 + 4i \end{aligned}$$

$$z = (2+i)^2(1-2i)$$

$$\begin{aligned} z &= (4+4i+i^2)(1-2i) \\ &= (3+4i)(1-2i) \\ &= 3-6i+4i-8i^2 \\ &= 3-2i+8 \\ &= 11-2i \end{aligned}$$





التمرين الثاني:

اكتب على الشكل الجبري العدد المركب z المعرف في كل من الحالات المقترحة التالية:

$$z = \frac{1 + 2i}{1 - 2i} \quad (6)$$

$$z = \frac{3 - 6i}{3 + i} + \frac{4}{3 - i} \quad (7)$$

$$z = \left(\frac{4 - 6i}{2 - 3i} \right) \left(\frac{1 + 3i}{3 + 2i} \right) \quad (8)$$

$$z = \frac{1}{1 - i} \quad (1)$$

$$z = \frac{1}{2 - i\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$z = \frac{1}{4 - 3i} \quad (3)$$

$$z = \frac{4 - 6i}{3 + 2i} \quad (4)$$

$$z = \frac{5 + 15i}{1 + 2i} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} (x + yi)(x - yi) &= x^2 - (yi)^2 = x^2 + y^2 = |z|^2 \end{aligned}$$

$$z = \frac{1}{1-i} \times \frac{(1+i)}{(1+i)}$$

$$z = \frac{1+i}{1^2 - i^2} = \frac{1+i}{2}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$z = \frac{1}{2-i\sqrt{3}} \times \frac{(2+i\sqrt{3})}{(2+i\sqrt{3})}$$

$$= \frac{2+i\sqrt{3}}{2^2 - (i\sqrt{3})^2} = \frac{2+i\sqrt{3}}{4+3}$$

$$= \frac{2}{7} + i\frac{\sqrt{3}}{7}$$

$$z = \frac{1}{4-3i} \times \frac{(4+3i)}{(4+3i)}$$

$$= \frac{4+3i}{4^2 - (3i)^2} = \frac{4+3i}{16+9}$$

$$= \frac{4}{25} + \frac{3}{25}i$$

$$z = \frac{4-6i}{3+2i} \times \frac{(3-2i)}{(3-2i)}$$

$$= \frac{12 - 8i - 18i + 12i^2}{3^2 - (2i)^2}$$

$$= \frac{-26i}{9+4} = \frac{-26i}{13} = -2i$$

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$z = \frac{(5 + 15i)(1 - 2i)}{(1 + 2i)(1 - 2i)} = \frac{5 - 10i + 15i - 30i^2}{1^2 - (2i)^2}$$

$$= \frac{35 + 5i}{2 + 4} = \frac{35 + 5i}{5 + 5} = \frac{35 + 5i}{5 + 5}$$

$$= 7 + i$$

$$z = \frac{(1 + 2i)(1 + 2i)}{(1 - 2i)(1 + 2i)} = \frac{1 + 4i + (2i)^2}{1^2 - (2i)^2}$$

$$= \frac{-1 + 4i}{1 + 4} = -\frac{1}{5} + \frac{4}{5}i$$

$$z = \left(\frac{4 - 6i}{2 - 3i}\right) \left(\frac{1 + 3i}{3 + 2i}\right)$$

$$z = \frac{3 - 6i}{3 + i} + \frac{4}{3 - i}$$

$$= \frac{(3 - 6i)(3 - i)}{(3 + i)(3 - i)} + \frac{4(3 + i)}{(3 - i)(3 + i)}$$

$$= \frac{9 - 3i - 18i + 6i^2}{3^2 - i^2} + \frac{12 + 4i}{3^2 - i^2}$$

$$= \frac{3 - 21i}{10} + \frac{12 + 4i}{10}$$

$$= \frac{15 - 17i}{10} = \frac{3}{2} - \frac{17}{10}i$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$x = \frac{b}{a} \leftarrow a \neq 0, ax = b$$
$$x = \frac{-b}{a} \leftarrow ax + b = 0$$

$$ax + b = \frac{b}{a}$$

التمرين الثالث:

حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلات ذات المجهول z التالية:

$$a \neq 0, az = b$$

$$(1) \quad \underbrace{(1+i)}_a z = \underbrace{3-i}_b$$

$$(2) \quad 2z + 1 - i = iz + 2$$

$$(3) \quad (2z + 1 - i)(iz + 3) = 0$$

$$(4) \quad \frac{z+1}{z-1} = 2i$$

$$(5) \quad (iz + 1)(z + 3i)(z - 1 + 4i) = 0$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$(1+i)z = 3-i \quad \text{دسا على } i$$

$$z = \frac{3-i}{1+i}$$

نكتبه من اقل البري

$$z = \frac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$$

$$z = \frac{3-i-3i+i^2}{1-i^2}$$

$$z = \frac{2-4i}{2}$$

$$= 1-2i$$

نأخذها

$$(1+i)(1-2i) = 1-2i+i-2i^2$$

$$= 3-i$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$2z + 1 - i = iz + 2 \quad (2)$$

$$2z - iz = 2 - 1 + i$$

$$(2 - i)z = 1 + i$$

$$z = \frac{1+i}{2-i}$$

$$z = \frac{(1+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}$$

$$= \frac{2 + i + 2i + i^2}{2^2 - i^2} = \frac{1 + 3i}{5}$$

$$S = \left\{ \frac{1+3i}{5} \right\}$$

الحل الجبري الاصل:

$$= \frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



الحل الجواب المحرر
د كافي

$$(2z + 1 - i)(iz + 3) = 0 \quad (3)$$

إما $2z + 1 - i = 0$ أو $iz + 3 = 0$

إذن $z = \frac{-1+i}{2}$ أو $z = \frac{-3}{i(-i)}$

أو $z = \frac{-1+i}{2}$ أو $z = 3i$

مجموعة الحلول

$$S = \left\{ 3i, \frac{-1+i}{2} \right\}$$

$$z \neq 0$$

$$\frac{z+1}{z-1} = 2i \quad (4)$$

$$z+1 = 2i(z-1)$$

المعادلة تكافئ

$$z+1 = 2i(z-1)$$

$$z+1 = 2iz - 2i$$

$$z - 2iz = -1 - 2i$$

$$(1-2i)z = -1-2i$$

$$z = \frac{-1-2i}{1-2i}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$z = \frac{-(1+2i)}{1-2i} \cdot \frac{(1+2i)}{(1+2i)} = \frac{-(1+2i)^2}{1^2 - (2i)^2} = \frac{-(1+4i+(2i)^2)}{5}$$

$$= \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$$

الكل هو $S = \left\{ \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \right\}$

5) $(iz+1)(z+3i)(z-1+4i) = 0$ زي (خارج)

الكل هو

$$z = -\frac{1}{i} = i$$

او

$$z = -3i$$

او

$$z = 1 - 4i$$

$$iz+1=0$$

$$z+3i=0$$

$$z-1+4i=0$$

الكل هو $(1+2i)$ $(1-2i)$ $(1+2i)$

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



التمرين الرابع:

اكتب على الشكل الجبري العدد المركب \bar{z} في كل من الحالات المقترحة التالية:

$$\underline{z} = \overline{3-4i} = 3+4i$$

$$z = 3 - 4i \quad (1)$$

$$z = \frac{3-i}{1+i} \quad (2)$$

$$z = \frac{1}{i-1} \quad (3)$$

$$z = \frac{2i+1}{i+2} + \frac{1-2i}{2-i} \quad (4)$$

◀ خواص المرافق

من اجل كل الاعداد المركبة z و z' :

$$\overline{z+z'} = \bar{z} + \bar{z}' \quad \blacksquare$$

$$\overline{z \times z'} = \bar{z} \times \bar{z}' \quad \blacksquare$$

$$z' \neq 0, \quad \overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'} \quad \blacksquare$$

$$n \in \mathbb{N}^*, \quad \overline{z^n} = \bar{z}^n \quad \blacksquare$$

$$z = x+iy$$

$$\bar{z} = x-iy$$

$$\overline{\bar{z}} = x+iy$$

حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$\bar{z} = \frac{2+4i}{2}$$

$$\bar{z} = 1+2i$$

طعم) نكتب \bar{z} من ادخل
أكبري ثم نعي \bar{z}

$$\bar{z} = \frac{3-i(1-i)}{(1+i)(1-i)}$$

$$\bar{z} = \frac{3-3i-i+1}{1^2-i^2}$$

$$\bar{z} = \frac{2-4i}{2} = 1-2i$$

$$z = \frac{3-i}{1+i} \quad (2)$$

مراقبة \bar{z} ثم الـ أكبري

$$\bar{z} = \frac{3-i}{1+i} = \frac{3-i}{1+i}$$

$$= \frac{3+i}{1-i}$$

الـ أكبري \bar{z}

$$\bar{z} = \frac{3+i(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{3+3i+i^2}{1-i^2}$$

$$\bar{z} = 1+i$$



$$z = \frac{-2 + i}{(-1)^2 - (i)^2}$$

$$z = \frac{-2 + i}{2}$$

$$z = \frac{1}{i-1} \quad (3)$$

$$\bar{z} = \left(\frac{1}{i-1} \right)$$

$$z = \frac{1}{-1+i} = \frac{1}{-1-i}$$

$$z = \frac{1}{-1-i} \cdot \frac{-1+i}{-1+i}$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$z = \frac{2i+1}{i+2} + \frac{1-2i}{2-i} \quad (4)$$

$$z = \left(\frac{2i+1}{i+2} + \frac{1-2i}{2-i} \right) = \left(\frac{1+2i}{2+i} \right) + \left(\frac{1-2i}{2-i} \right)$$

$$= \frac{1+2i}{2+i} + \frac{1-2i}{2-i} = \frac{1-2i}{2-i} + \frac{1+2i}{2+i}$$

$$= \frac{(1-2i)(2+i) + (1+2i)(2-i)}{2^2 - i^2}$$

$$= \frac{2+i-4i-2 + 2-i+4i-1-i^2}{5}$$



$$\overline{\overline{z}} = z$$

التمرين الخامس:

حل في مجموعة الاعداد المركبة \mathbb{C} المعادلات ذات المجهول z التالية:

$$\overline{\overline{z}} = \overline{z} = z$$

$$2\overline{z} = i - 1 \quad (1)$$

$$(2z + 1 - i)(i\overline{z} + i - 2) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\overline{z} - 1}{\overline{z} + 1} = i \quad (3)$$

$$\frac{\overline{z} - 1}{\overline{z} + 1} = i$$

$$\overline{z} - 1 = i(\overline{z} + 1)$$

$$(1 - i)\overline{z} = 1 + i$$



$$2\bar{z} = i - 1 \quad (1)$$

نعين \bar{z} أولاً

$$\bar{z} = \frac{i - 1}{2}$$

$$z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$z = (\bar{z}) = \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\right)$$

$$z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

الكل حلو

النتيجة هي $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

$$(2z + 1 - i)(i\bar{z} + i - 2) = 0 \quad (2)$$

بما كان

$$2z + 1 - i = 0$$

$$i\bar{z} + i - 2 = 0$$

$$z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$\bar{z} = \frac{2 - i}{-i}$$

$$\bar{z} = \frac{-2i + i^2}{-i^2}$$

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$Z = (\bar{z}) = -1 + 2i \quad \text{و} \quad \bar{z} = -1 - 2i$$

كل من المعادلتين

$$S = \left\{ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \quad \text{و} \quad -1 - 2i \right\}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$z = \frac{1}{i-1} \quad (3)$$

$$z = \frac{2i+1}{i+2} + \frac{1-2i}{2-i} \quad (4)$$

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$\frac{\bar{z} - 1}{\bar{z} + 1} = i \quad (3)$$

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



التمرين السادس:

حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلات ذات المجهول z التالية:

تب Δ :

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4(2)(5)$$

$$\Delta = 36 - 40$$

$$\Delta = -4$$

$$\Delta = 1^2 - 2^2$$

$$\Delta = (1 - 2)^2$$

$$a = 1$$

$$(-1 - 2)^2 - 1^2 = 4$$

$$2z^2 - 6z + 5 = 0 \quad (1)$$

$$z^2 - 5z + 9 = 0 \quad (2)$$

$$z^2 - 2z + 3 = 0 \quad (3)$$

$$z^2 = z + 1 \quad (4)$$

$$z^2 + 3 = 0 \quad (5)$$

$$z^2 - 2(1 + \sqrt{2})z + 2(\sqrt{2} + 2) = 0 \quad (6)$$

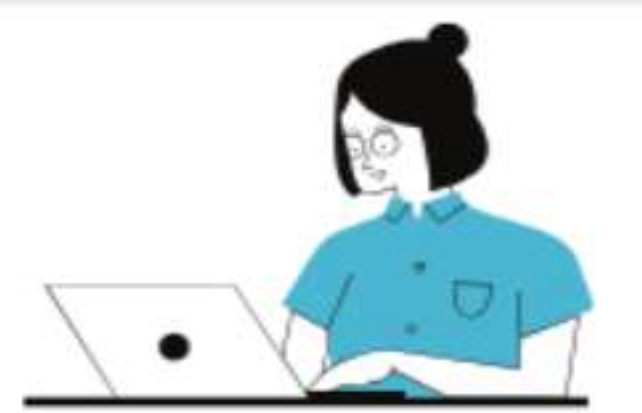
ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$a \neq 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = a + ib$$

تفريقي

$$\Delta > 0$$

$$z_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$z_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = 0$$

$$z_0 = \frac{-b}{2a}$$

$$\Delta < 0$$

$$\Delta = i^2 \omega^2$$

$$\Delta = -9$$

مثال

$$\Delta = i^2 3^2$$

$$\Delta = -3^2$$

النتيجة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



المسجلة

1-أ

أقارنا بينا

4-أ

3+أ

→ جذور $2x$

جذور المعادلة

$$z_2 = \frac{-b - \omega}{2a} = \frac{6 - 2i}{4} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$z_2 = \frac{-b + \omega}{2a} = \frac{6 + 2i}{4} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$2 - \sqrt{2} > 0$$

$$2 - \sqrt{2}$$

$$2 > \sqrt{2}$$

$$2 > (\sqrt{2})^2$$

$$2 > 2$$