منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

التمرين 32: بكالوريا شعبة علوم 2022 –الموضوع الأول–

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

(Δ) و (D) المستقيمان المعرفان كما يلي : $(D): y=x$ و $(\Delta): y=-\frac{1}{2}x+1$

(u_n) المتتالية العددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=-4$ و $u_{n+1}=-\frac{1}{2}u_n+1$.

1) أنقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزا خطوط التمثيل .

2) أ ـ هل المتتالية (u_n) رتيبة ؟ برر إجابتك .

ب ـ ضع تخمينا حول تقارب المتتالية (u_n) .

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\left(u_n-\frac{2}{3}\right)^2$.

أ ـ بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ ثم أحسب v_0 .

$f(x)=-\frac{1}{2}x+1$

$\begin{cases} u_0=-4 \\ u_{n+2}=f(u_n) \end{cases}$

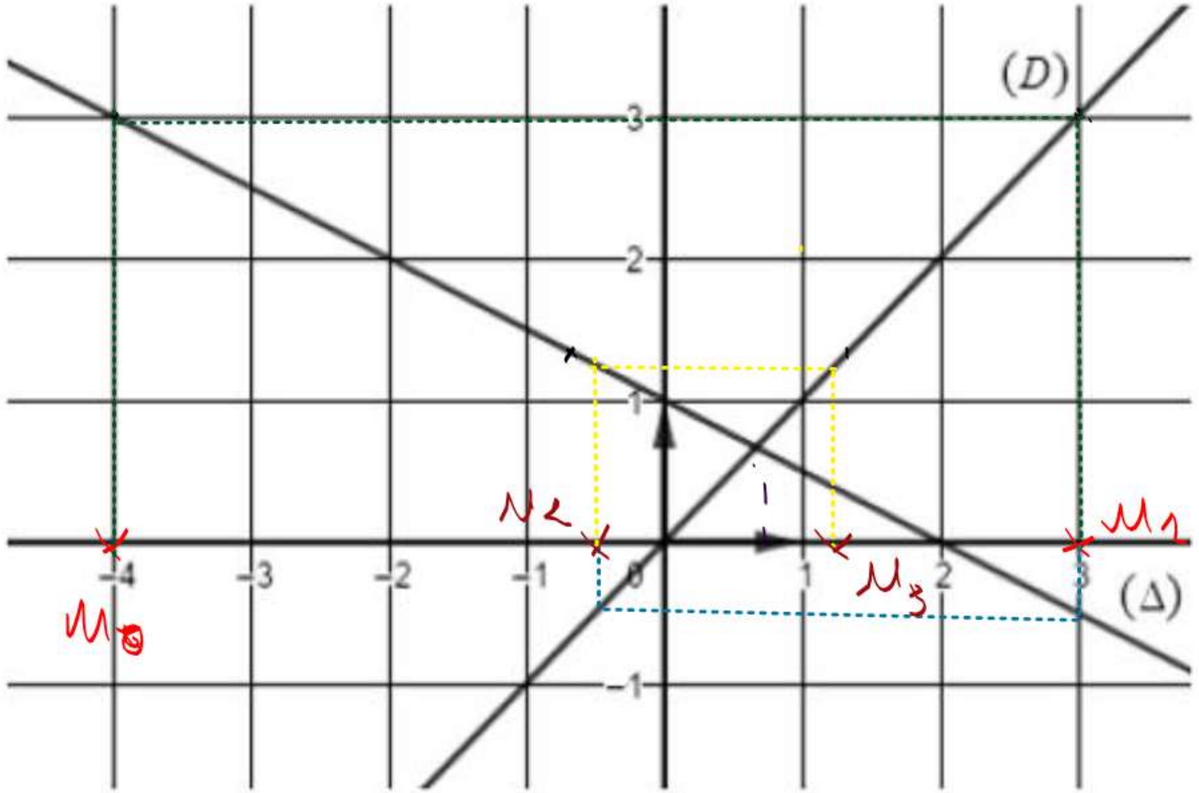
$\left(v_{n+1}=\frac{1}{4}v_n : \text{بيّن أن}\right)$

$=\frac{1}{4}\left(u_n-\frac{2}{3}\right)^2$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

بـ ـ عبّر عن v_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} v_n$ واستنتج أن (u_n) متقاربة.

4) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_0 \times v_1 \times \ldots \times v_{n-1} = \left(\frac{14}{3}\right)^{2n} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-n}$.

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

3) أ) نبيّن أن (v_n) ضخمية أساسها $\frac{1}{4}$:

من أجل $n \in \mathbb{N}$

$$v_{n+1} = \left(u_{n+1} - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$= \left(-\frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$= \left(-\frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}\right)^2$$

$$= \left[-\frac{1}{2}\left(u_n + \frac{1}{3} \times 2\right)\right]^2$$

$$= \left[-\frac{1}{2}\left(u_n - \frac{2}{3}\right)^2\right]$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \left(u_n - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$(a \times b)^2 = a^2 \times b^2$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$V_{n+1} = \frac{1}{4} V_n$

ومنه (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$

$V_0 = \left(U_0 - \frac{2}{3}\right)^2$

$= \left(-4 - \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{-14}{3}\right)^2 = \frac{196}{9}$

$V_n = V_0 \times q^n$

بدلالة n لدينا عبارة الحد العام

$V_n = \left(\frac{14}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$

$V_n = \frac{196}{9} \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$

ب.

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

نستنتج أن (u_n) متقاربة:

لدينا: $v_n = \left(\frac{14}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n$

ومن جهة أخرى: $v_n = \left(u_n - \frac{2}{3}\right)^2$

$$\lim_{n \to +\infty} v_n = \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{14}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$$

لأن $\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = 0$

وبالتالي: $\lim_{n \to +\infty} \left(u_n - \frac{2}{3}\right)^2 = \lim_{n \to +\infty} v_n = 0$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$\lim_{n \to +\infty} u_n - 3 = 0$

$\lim_{n \to +\infty} u_n = 3$

إذن

المتتالية (u_n) متقاربة نحو العدد 3

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

الحل :

$$P = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \cdots \times V_{n-1} =$$

$$P = V_0 \times V_0 \times \frac{1}{4} \times V_0 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \cdots \times V_0 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-2}$$

$$= \underbrace{V_0^2 \times V_0^2 \times \cdots \times V_0}_{2 \text{ مرة } n} \times \left(\frac{1}{4}\right)^1 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \cdots \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-2}$$

$$= V_0^{n} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{2+2+\cdots+n-2} \qquad \frac{n \times (n-1)}{2}$$

$$= \left(\left(\frac{14}{3}\right)^2\right)^n \times \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{n^2-n}{2}} \qquad (a^n)^m = a^{n \times m}$$

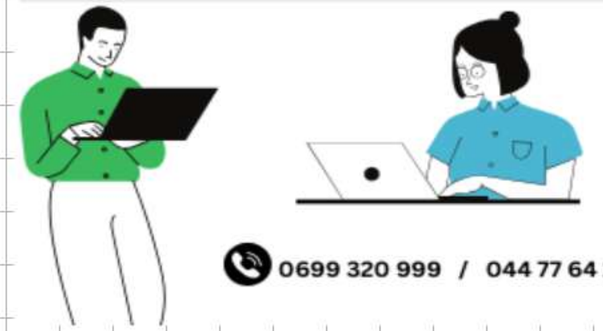
$$= \left(\frac{14}{3}\right)^{2n} \times \left(\left(\frac{1}{2^2}\right)^{\frac{n^2-n}{2}}\right)$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$P = \left(\frac{14}{3}\right)^{2n} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-n}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك


0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

8) البرهان بالتراجع :

من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ $0 < u_n < \frac{1}{2}$

أولا: من أجل $n = 0$ $0 < u_0 = \frac{1}{2} < \frac{1}{2}$ محققة

ثانيا: نفرض أن العلامة محققة من أجل n بمعنى $0 < u_n < \frac{1}{2}$

ونبين أن $0 < u_{n+1} < \frac{1}{2}$

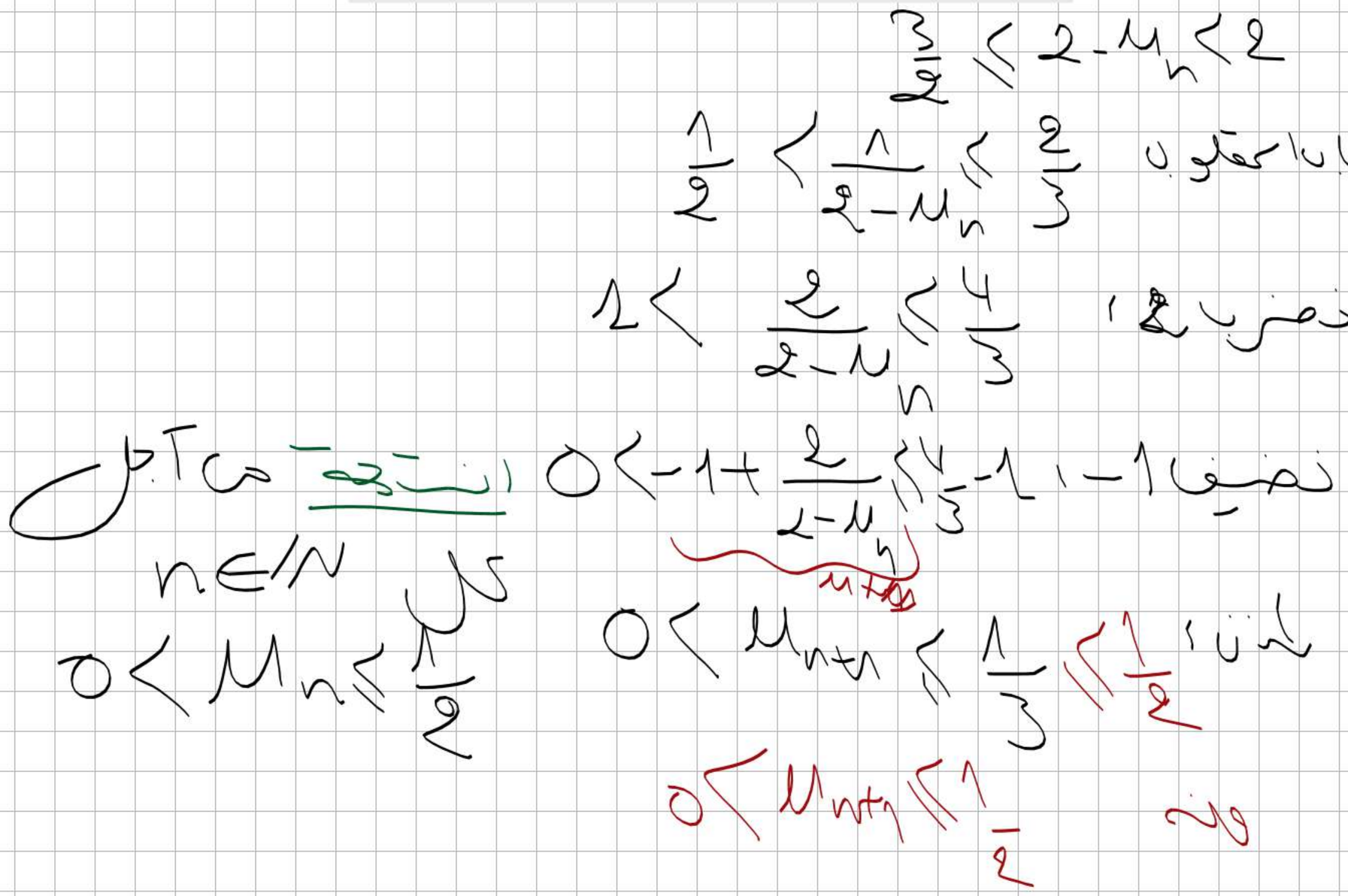
لدينا $0 < u_n < \frac{1}{2}$

نضرب في -1 : $-\frac{1}{2} < -u_n < 0$

نضيف 2 : $2 - \frac{1}{2} < 2 - u_n < 2$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

ب) لنبيّن أن (u_n) متناقصة تماما

$$u_{n+1}-u_n = -1+\frac{2}{2-u_n} - u_n$$

$$= \frac{-2+u_n+2}{2-u_n} - u_n$$

$$= \frac{u_n - 2u_n + u_n^2}{2-u_n}$$

$$= \frac{u_n^2 - u_n}{2-u_n} = \frac{u_n(u_n-1)}{2-u_n}$$

بما أن $0 < u_n < \frac{1}{2}$ فإن:

$0-1 < u_n - 1 < \frac{1}{2}-1$

$-1 < u_n - 1 < -\frac{1}{2}$

إذن: $u_n - 1 < 0$ بالتالي

$u_n(u_n-1) < 0$ و $2-u_n > 0$ بحيث

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$\frac{3}{2} \leq 2 - u_n < 2$

موجب

$u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه

ومنه (u_n) متناقصة تماما.

نبين أن (v_n) حسابية أساسها 2:

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} - 1 = \frac{1}{-1 + \frac{2}{2-u_n}} - 1$$

$$= \frac{1}{\frac{-2+u_n+2}{2-u_n}} - 1$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$v_{n+1} = \frac{2-u_n}{u_n} - 1$$

$$= \frac{2}{u_n} - \frac{u_n}{u_n} - 1$$

$$= \frac{2}{u_n} - 1 - 1$$

$$= \frac{2}{u_n} - 2$$

$$= 2\left(\frac{1}{u_n} - 1\right) = 2v_n$$

$\frac{x+y}{a} = \frac{x}{a} + \frac{y}{a}$

v_n

و منه (v_n) متتالية هندسية أساسها 2

و حدها الأول $v_0 = 4$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$V_n = V_0 \times q^n$

$V_n = 2^n$

$V_{n+1} = \frac{1}{U_n}$

$U_n = \frac{1}{2^n + 2}$

$U_n = \frac{1}{V_n} - 2$

$U_n = \frac{1}{V_n + 1}$

$U_n = \frac{1}{2^n + 1}$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

نهاية (u_n):

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = \lim_{n \to +\infty} \frac{1}{2^n + 1} = 0$$

حساب S:

$$S = V_0 + V_2 + \dots + V_n$$

$$= V_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \frac{1 - 2^{n+1}}{-1} = 2^{n+1} - 1$$

$$T = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$$

$$= V_0 + 1 + (V_1 + 1) + \dots + (V_n + 1)$$

$$V_n = \frac{1}{u_n} - 1$$

$$\frac{1}{u_n} = V_n + 1$$

$$\frac{1}{u_0} = V_0 + 1$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$T = \underbrace{V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n}_{S} + \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n+1 \text{ عدد}}$$

$$= \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} + n + 1 = 2^{n+1} + n$$

V_1 رتبة رتبة

$1 + 1 = 2$

V_2 رتبة

$1 + 1 + 1 = 3$

$\underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n \text{ عدد}} = n$

$\underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1}_{n+1 \text{ عدد}} = n + 1$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

3: بكالوريا شعبة علوم 2022 – الموضوع الثاني –

(u_n) المتتالية الهندسية المعرفة على $\mathbb{N}$ و حدودها موجبة تماما حيث : $\begin{cases} u_0 \times u_2 = e^2 \\ \ln(u_1) + \ln(u_7) = -4 \end{cases}$.

1) أ- عيّن u_1 و الأساس q للمتتالية (u_n).

ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = e^{2-n}$.

2) أحسب ، بدلالة n ، المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$.

3) نعتبر المتتالية العددية المعرفة (v_n) بـ : $v_0 = e^3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = v_n + u_n$.

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \dfrac{e^{3-n} - e^4}{1-e}$.

ب- بيّن أن (v_n) متقاربة.

4) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\dfrac{1}{e}v_n = \dfrac{1}{1-e}(u_n - e^3)$.

ب- نعتبر المجموع S'_n حيث : $S'_n = \dfrac{1}{e}v_0 + \dfrac{1}{e}v_1 + ... + \dfrac{1}{e}v_n$.

تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S'_n = \dfrac{1}{1-e}\left[S_n - (n+1)e^3\right]$.

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S'_n = \frac{1}{1-e}\left[S_n - (n+1)e^3\right]$.

1) أ) نعين u_2 :

بما أن u_0, u_1, u_2 حدود متتالية هندسية فإن

$u_1 \times u_2 = u_2^2$

$e \times e = u_2^2$

$\sqrt{e^2} = \sqrt{u_2^2}$

$u_1 = e$

و u_1 حدود موجبة تماما

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$\ln(u_1)+\ln(u_7)=-4$ ، لـ ب

نعين الأساس q

$u_7 = u_2 \times q^6$

$u_7 = e \times q^6$

$\ln(e)+\ln(e\times q^6)=-4$

$1+\ln e+\ln(q^6)=-4$

$2+6\ln q=-4$

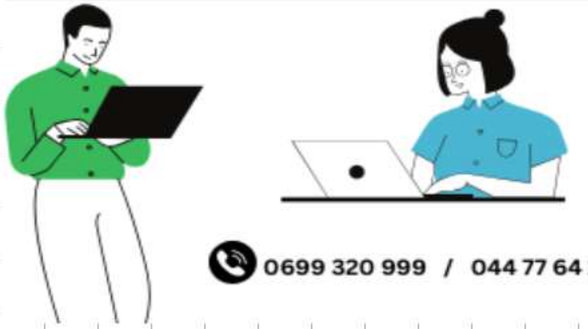
$6\ln q=-6$

$\ln q=-1$

$e^{\ln q}=e^{-1}$

$$q=e^{-1}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك


0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$q = e^{-2}$

$U_n = 2^{-n}$

نبين أن (U_n) هندسية أساسها q و حدها الأول U_0

$U_2 = e$

$U_2 = U_0 \times q$

$e = U_0 \times e^{-2}$

$\frac{e}{e^{-2}} = U_0$

$\boxed{U_0 = e^2}$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

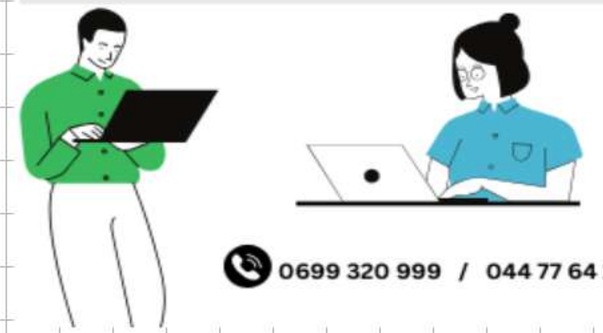
$$u_n = u_0 \times q^n$$

$$= e^2 \times (e^{-1})^n$$

$$= e^2 \times e^{-n}$$

$$\boxed{u_n = e^{2-n}}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك


0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

حساب S_n :

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

$$= u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

$$= e^2 \times \frac{1 - (e^{-1})^{n+1}}{1 - e^{-1}}$$

$$\boxed{S_n = e^2 \left(\frac{1 - e^{-n-1}}{1 - e^{-1}} \right)}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$V_0 = e^3$ و $V_{n+1} = V_n + 1$: نضع

$$V_n = \frac{e^{3-n} - e^4}{1-e}$$

بما أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = e$ و حدها الأول $V_0 = e^3$

الآن: من أجل $n = 0$ ، من المعطيات $V_0 = e^3$

$$\frac{e^{3-0} - e^4}{1-e} = \frac{e^3 - e^4}{1-e} = \frac{e^3(1-e)}{(1-e)} = e^3 = V_0$$

إذن المتتالية (V_n) هندسية من أجل $n = 0$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

ب) بيان: نفرض أن العلاقة محققة من أجل n

نفرض أن: $V_n = \frac{e^{3-n} - e^4}{1-e}$

و نبين أن العلاقة محققة من أجل $n+1$

نبين أن:

$e^{3-n-1} = e^{2-n}$

$V_{n+1} = \frac{e^{3-(n+1)} - e^4}{1-e}$

e^{2-n}

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$V_{n+2} = V_n + M_n$$

$$= \frac{e^{3-n} - e^4}{1-e} + e^{2-n} \qquad | \; e^{2-n} \times e^{3-n} = e^{\cdots}$$

$$= \frac{e^{3-n} - e^4 + e^{2-n}(1-e)}{1-e}$$

$$= \frac{e^{3-n} - e^4 + e^{2-n} - e^{3-n}}{1-e}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$V_{n+1} = \frac{e^{2-n} - e^{4}}{1-e} = \frac{e^{3-(n+1)} - e^{4}}{1-e}$$

هذه العلاقة صحيحة من أجل n

خلاصة: من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

$$V_n = \frac{e^{3-n} - e^{4}}{1-e}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

بـ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = e^{2-n}$.

2) أحسب ، بدلالة n ، المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

3) نعتبر المتتالية العددية المعرفة (v_n) بـ : $v_0 = e^3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} = v_n + u_n$.

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{e^{3-n} - e^4}{1-e}$.

بـ- بين أن (v_n) متقاربة .

4) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{1}{e}v_n = \frac{1}{1-e}(u_n - e^3)$.

بـ- نعتبر المجموع S'_n حيث : $S'_n = \frac{1}{e}v_0 + \frac{1}{e}v_1 + \ldots + \frac{1}{e}v_n$.

تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S'_n = \frac{1}{\ldots}\left[S_n - (n+1)e^3\right]$.

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

$$S'_n = \frac{1}{e}v_0 + \frac{1}{e}v_1 + \cdots + \frac{1}{e}v_n$$

$$= \frac{1}{1-e}(u_0 - e^3) + \frac{1}{1-e}(u_1 - e^3) + \cdots + \frac{1}{1-e}(u_n - e^3)$$

$$= \frac{1}{1-e}\left[(u_0 - e^3) + (u_2 - e^3) + \cdots + (u_n - e^3)\right]$$

$$= \frac{1}{1-e}\left[\underbrace{u_0 + u_1 + \cdots + u_n}_{S_n} - (n+1)e^3\right]$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

التمرين 31: بكالوريا شعبة علوم 2021 – الموضوع الثاني –

المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدها الأول u_0 حيث: $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{3}{8}(u_n + 5)$

1) برهن بالبرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 3$.

2) بيّن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

3) المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3(3 - u_n)$.

أ ـ أحسب v_0 ثم بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{8}$.

ب ـ أكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 3 - 3\left(\frac{3}{8}\right)^n$

جـ ـ أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $P_n = (3 - u_0)(3 - u_1) \times .... \times (3 - u_n)$

أحسب P_n بدلالة n .

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11