# مبرهنة القيم المتوسطة

- قيمة مضبوطة
- قيمة غير مضبوطة
- هندسيا

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

# حالة قيمة مضبوطة

✍ في كل حالة من الحالات التالية:

① $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ $\alpha = 0$

② $g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 7$ $\alpha = -1$

③ $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 9$ $\alpha = 3$

④ $g(x) = x^2 - 2x + 1$ $\alpha = 1$

❶ أدرس تغيّرات الدّالة $g$ على $\mathbb{R}$.

❷ أحسب $g(\alpha)$ في كل حالة.

❸ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

## مبرهنة القيم المتوسّطة

$g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$

1/ النهايات:

$\lim_{x \to -\infty} g(x) = \lim_{x \to -\infty} (x^3) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty} (x^3) = +\infty$

2/ الرتابة:

$g'(x) = 3x^2 - 6x + 4$

$\Delta = (-6)^2 - 4(3)(4) < 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | |
| $g$ | $-\infty$ | ↗ | $+\infty$ |

$g$ متزايدة على $\mathbb{R}$

3/ الخلاصة:

$g$ دالة مستمرة وتزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

إشارة $g'(x)$:

كل المعادلة:

$g'(x) = 0$

$3x^2 - 6x + 4 = 0$

$\Delta = (-6)^2 - 4(3)(4) < 0$

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | |

$\mathbb{R}$ على $g$ متزايدة

## مبرهنة القيم المتوسّطة

## حالة قيمة مضبوطة

في كل حالة من الحالات التالية:

① $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ $\alpha = 0$

② $g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 7$ $\alpha = -1$

③ $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 9$ $\alpha = 3$

④ $g(x) = x^2 - 2x + 1$ $\alpha = 1$

❶ أدرس تغيّرات الدّالة $g$ على $\mathbb{R}$.

❷ أحسب $g(\alpha)$ في كل حالة.

❸ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

جدول التغيرات

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | + | |
| $g(x)$ | $-\infty$ ↗ | 0 ↗ | $+\infty$ |

إشارة $g(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | − | 0 | + |

مبرهنة القيم المتوسّطة

## حالة قيمة مضبوطة

✍ في كل حالة من الحالات التالية:

① $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ $\alpha = 0$

② $g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 7$ $\alpha = -1$

③ $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 9$ $\alpha = 3$

④ $g(x) = x^2 - 2x + 1$ $\alpha = 1$

❶ أدرس تغيّرات الدّالة $g$ على $\mathbb{R}$.

❷ أحسب $g(\alpha)$ في كل حالة.

❸ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

دروسكم منصة التعليم الإلكتروني

مبرهنة القيم المتوسّطة

## حالة قيمة مضبوطة

✍ في كل حالة من الحالات التالية:

① $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ $\alpha = 0$

② $g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 7$ $\alpha = -1$

③ $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 9$ $\alpha = 3$

④ $g(x) = x^2 - 2x + 1$ $\alpha = 1$

❶ أدرس تغيّرات الدّالة $g$ على $\mathbb{R}$.

❷ أحسب $g(\alpha)$ في كل حالة.

❸ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

دروسكم منصة التعليم الإلكتروني

مبرهنة القيم المتوسّطة

## حالة قيمة مضبوطة

✍ في كل حالة من الحالات التالية:

① $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ $\alpha = 0$

② $g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 7$ $\alpha = -1$

③ $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 9$ $\alpha = 3$

④ $g(x) = x^2 - 2x + 1$ $\alpha = 1$

❶ أدرس تغيّرات الدّالة $g$ على $\mathbb{R}$.

❷ أحسب $g(\alpha)$ في كل حالة.

❸ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

دروسكم منصة التعليم الإلكتروني

## حالة قيمة غير مضبوطة

في كل حالة من الحالات التالية:

① $\begin{cases} g(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 3 / D_f = \mathbb{R} \\ -0.4 < \alpha < -0.3 \end{cases}$

② $\begin{cases} g(x) = x^3 + 6x + 12 / D_f = \mathbb{R} \\ -1.48 < \alpha < -1.47 \end{cases}$

③ $\begin{cases} g(x) = 2x - \sqrt{x^2+1} / D_f = \mathbb{R} \\ 0 < \alpha < 1 \end{cases}$

④ $\begin{cases} g(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 + 10x + 5}{(x+1)^2} / D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \\ \alpha \in ]-0.6; -0.5[ \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} g(x) = 2x^2 + x^2 - 1 / D_f = \mathbb{R} \\ \alpha \in ]0.5; +\infty[ \end{cases}$

❶ أدرس تغيّرات الدّالة $g$ على مجموعة تعريفها.

❷ بيّن أنّ المُعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا $\alpha$.
( في المجال المُعطى )

❸ إستنتج إشارة $g(x)$.

## مبرهنة القيم المتوسّطة

1/ النهايات:

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (2x^3) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (2x^3) = +\infty$

طبيعة الدالة g: الدالة كثيرة حدود إذن مستمرة على $\mathbb{R}$

$g'(x) = 6x^2 - 12x + 6$

لدينا في كل الحالات $g'(x) \geq 0$

$6x^2 - 12x + 6 \geq 0$

$\Delta = (-12)^2 - 4(6)(6) = 0$

$x' = \dfrac{12}{2(6)} = 1$

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |

$\mathbb{R}$ على $g$ متزايدة تماما

## حالة قيمة غير مضبوطة

في كل حالة من الحالات التالية:

① $\begin{cases} g(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 3 / D_f = \mathbb{R} \\ -0.4 < \alpha < -0.3 \end{cases}$

② $\begin{cases} g(x) = x^3 + 6x + 12 / D_f = \mathbb{R} \\ -1.48 < \alpha < -1.47 \end{cases}$

③ $\begin{cases} g(x) = 2x - \sqrt{x^2+1} / D_f = \mathbb{R} \\ 0 < \alpha < 1 \end{cases}$

④ $\begin{cases} g(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 + 10x + 5}{(x+1)^2} / D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \\ \alpha \in ]-0.6; -0.5[ \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} g(x) = 2x^2 + x^2 - 1 / D_f = \mathbb{R} \\ \alpha \in ]0.5; +\infty[ \end{cases}$

❶ أدرس تغيّرات الدّالة $g$ على مجموعة تعريفها.

❷ بيّن أنّ المُعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا $\alpha$.
( في المجال المُعطى )

❸ إستنتج إشارة $g(x)$.

## مبرهنة القيم المتوسّطة

جدول تغيرات الدالة g

| x | $-\infty$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | + | 0 | + | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | ↗ | 0 | ↗ | $+\infty$ |

2/ المعادلة $g(x)=0$ مستمرة ورتيبة تماما على المجال $[-0.4; -0.3]$

- البيانات $g(-0.4) \simeq -0.48$ (-)
- $g(-0.3) \simeq +0.66$ (+)

أي $g(-0.4) \times g(-0.3) < 0$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $-0.4 < \alpha < -0.3$

إذن:

| x | $-\infty$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | − | 0 | + | |

إشارة $g(x)$ / 3

## حالة قيمة غير مضبوطة

في كل حالة من الحالات التالية:

① $\begin{cases} g(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 3 / D_f = \mathbb{R} \\ -0.4 < \alpha < -0.3 \end{cases}$

② $\begin{cases} g(x) = x^3 + 6x + 12 / D_f = \mathbb{R} \\ -1.48 < \alpha < -1.47 \end{cases}$

③ $\begin{cases} g(x) = 2x - \sqrt{x^2+1} / D_f = \mathbb{R} \\ 0 < \alpha < 1 \end{cases}$

④ $\begin{cases} g(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 + 10x + 5}{(x+1)^2} / D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \\ \alpha \in ]-0.6; -0.5[ \end{cases}$

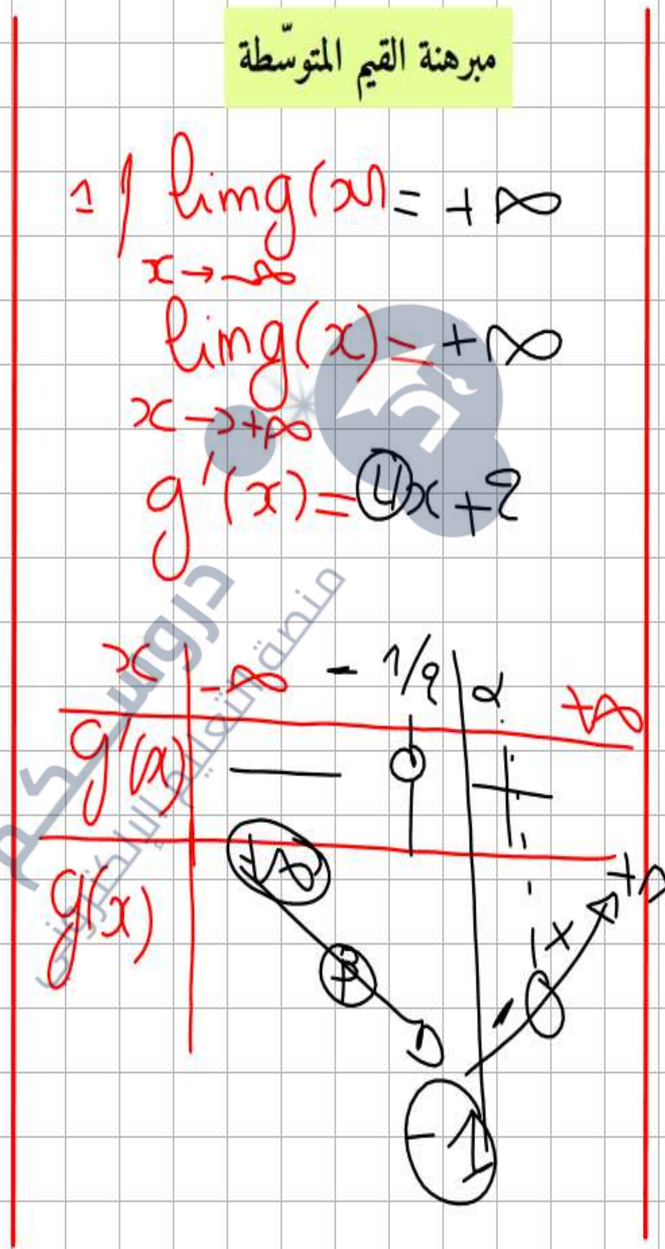
⑤ $\begin{cases} g(x) = 2x^2 + x^2 - 1 / D_f = \mathbb{R} \\ \alpha \in ]0.5; +\infty[ \end{cases}$

❶ أدرس تغيّرات الدّالة $g$ على مجموعة تعريفها.

❷ بيّن أنّ المُعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا $\alpha$.
( في المجال المُعطى )

❸ إستنتج إشارة $g(x)$.

## مبرهنة القيم المتوسّطة



## مبرهنة القيم المتوسّطة

### حالة قيمة غير مضبوطة

في كل حالة من الحالات التالية:

① $\begin{cases} g(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 3 / D_f = \mathbb{R} \\ -0.4 < \alpha < -0.3 \end{cases}$

② $\begin{cases} g(x) = x^3 + 6x + 12 / D_f = \mathbb{R} \\ -1.48 < \alpha < -1.47 \end{cases}$

③ $\begin{cases} g(x) = 2x - \sqrt{x^2+1} / D_f = \mathbb{R} \\ 0 < \alpha < 1 \end{cases}$

④ $\begin{cases} g(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 + 10x + 5}{(x+1)^2} / D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \\ \alpha \in ]-0.6; -0.5[ \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} g(x) = 2x^2 + x^2 - 1 / D_f = \mathbb{R} \\ \alpha \in ]0.5; +\infty[ \end{cases}$

❶ أدرس تغيّرات الدّالة $g$ على مجموعة تعريفها.

❷ بيّن أنّ المُعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا $\alpha$.
( في المجال المُعطى )

❸ إستنتج إشارة $g(x)$.

## مبرهنة القيم المتوسّطة

### حالة قيمة غير مضبوطة

في كل حالة من الحالات التالية:

① $\begin{cases} g(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 3 / D_f = \mathbb{R} \\ -0.4 < \alpha < -0.3 \end{cases}$

② $\begin{cases} g(x) = x^3 + 6x + 12 / D_f = \mathbb{R} \\ -1.48 < \alpha < -1.47 \end{cases}$

③ $\begin{cases} g(x) = 2x - \sqrt{x^2+1} / D_f = \mathbb{R} \\ 0 < \alpha < 1 \end{cases}$

④ $\begin{cases} g(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 + 10x + 5}{(x+1)^2} / D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \\ \alpha \in ]-0.6; -0.5[ \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} g(x) = 2x^2 + x^2 - 1 / D_f = \mathbb{R} \\ \alpha \in ]0.5; +\infty[ \end{cases}$

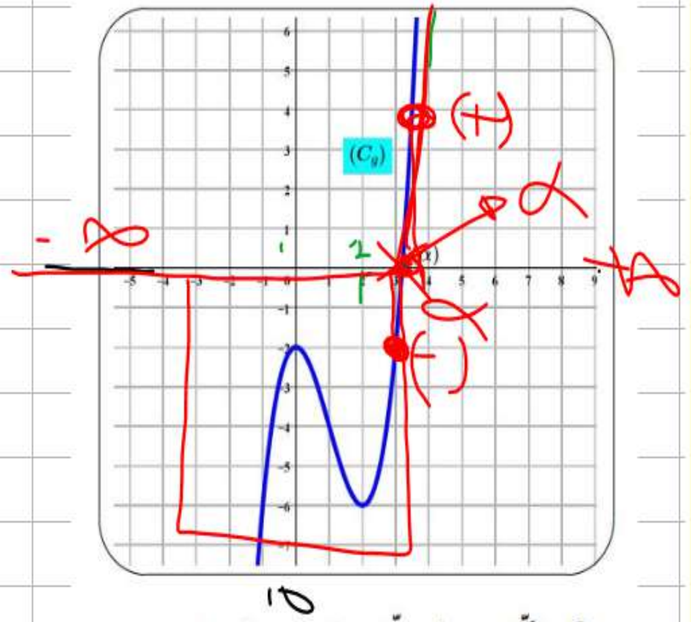
❶ أدرس تغيّرات الدّالة $g$ على مجموعة تعريفها.

❷ بيّن أنّ المُعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا $\alpha$.
( في المجال المُعطى )

❸ إستنتج إشارة $g(x)$.

## بيـــانـــيا

$g$ دالة مُعرّفة على $\mathbb{R}$، $(C_g)$ تمثيلها البياني:




❶ شكّل جدول تغيّرات الدالة $g$ على $\mathbb{R}$.

❷ حدّد إشارة كل من $g(3)$ و $g\left(\frac{7}{2}\right)$.

❸ إستنتج وجود عدد حقيقي $\alpha$ وحيد من المجال $\left]3;\frac{7}{2}\right[$ يُحقّق $g(\alpha)=0$.

❹ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

## مبرهنة القيم المتوسّطة

حول تغيرات $g$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $1$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $-6$ | ↘ | $(-1)$ | ↗ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

$g(3)<0$

$g(3,5)>0$

والمستقيم (د) الذي معادلته $x=3$ يقطع $(C_g)$ في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha$ حيث $\alpha \in ]3;3,5[$

$g(3)\times g(3,5)<0$

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد $\alpha$ حيث $\alpha \in ]3;3,5[$

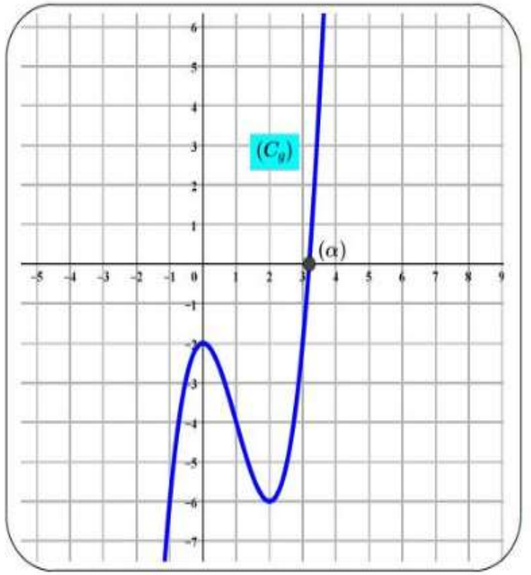
إشارة $g(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ | | |

## مبرهنة القيم المتوسّطة

## بيـــانـــيا

$g$ دالة مُعرّفة على $\mathbb{R}$، $(C_g)$ تمثيلها البياني:




❶ شكّل جدول تغيّرات الدالة $g$ على $\mathbb{R}$.

❷ حدّد إشارة كل من $g(3)$ و $g\left(\frac{7}{2}\right)$.

❸ إستنتج وجود عدد حقيقي $\alpha$ وحيد من المجال $\left]3;\frac{7}{2}\right[$ يُحقّق $g(\alpha)=0$.

❹ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

## مبرهنة القيم المتوسّطة

### الحالة العامة: $g(x) = k$

✍ في كل حالة من الحالات التالية:

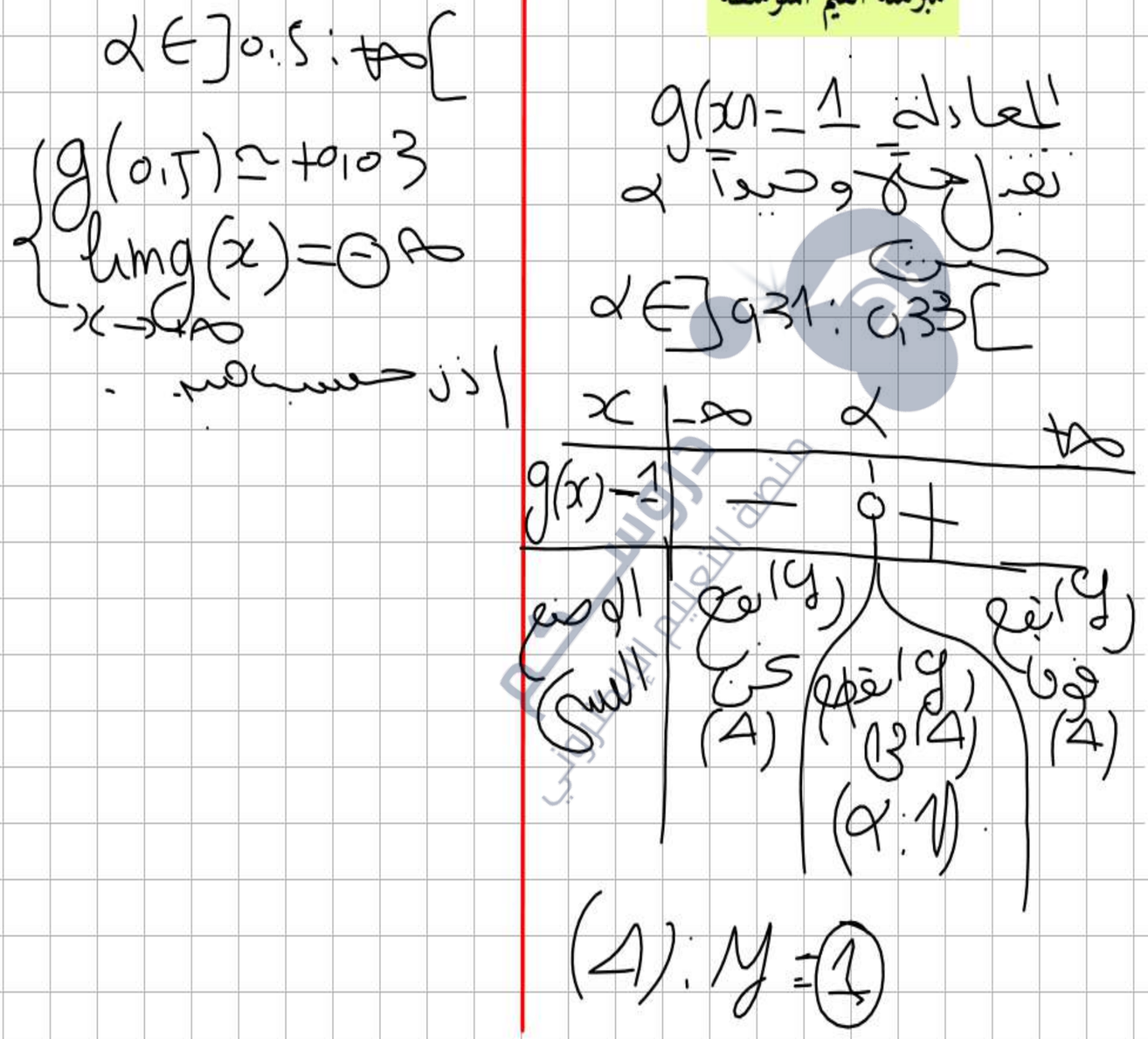
① $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ $\quad k = 1$
$0.31 < \alpha < 0.33$

② $g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 7$ $\quad k = 2$
$-0.57 < \alpha < -0.55$

③ $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 9$ $\quad k = -1$
$2.90 < \alpha < 2.92$

❶ أدرس تغيّرات الدّالة $g$ على $\mathbb{R}$.

❷ بيّن أنّ المُعادلة: $g(x) = k$ تقبل حلاّ وحيدا $\alpha$ في المجال المُعطى.



# مبرهنة القيم المتوسّطة

إنطلاقا من جدول تغيّرات الدّالة $g$ حدّد إشارة $g(x)$ في كل حالة:

الحالة01

| $x$ | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $2$ |

$g(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |

الحالة02

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $-1$ |

$g(x)$ | $-$ | $0$ | $+$ |

الحالة03

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $+\infty$ |

$g(x)$ | $+$ | $0$ | $+$ |

الحالة04

| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ |

$g(x)$ | $+$ | $0$ | $+$ |

دروسكم منصة التعليم الإلكتروني

مبرهنة القيم المتوسّطة

## الحالة العامة: $g(x) = k$

✍ في كل حالة من الحالات التالية:

① $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ $\quad k = 1$
$0.31 < \alpha < 0.33$

② $g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 7$ $\quad k = 2$
$-0.57 < \alpha < -0.55$

③ $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 9$ $\quad k = -1$
$2.90 < \alpha < 2.92$

❶ أدرس تغيّرات الدّالة $g$ على $\mathbb{R}$.

❷ بيّن أنّ المُعادلة: $g(x) = k$ تقبل حلاّ وحيدا $\alpha$ في المجال المُعطى.