

الدالة الأسية

تعريف هي الدالة الوحيدة المعرفة وقابلة للإستقار على \mathbb{R}

وتحدها $f(0) = 1$ و $f(x) = a^x$

يكتب $f(x) = e^x$ أو $f(x) = \exp(x)$

هو ثابت أولر

هو عدد حقيقي غير ساطع (مثل π , e)

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



2.7182818284590452353602874713526624977572470936999595749669676277240766303535475945713821785251664274274663919320030599218174135966290435729003
34295260595630738132328627943490763233829880753195251019011573834187930702154089149934884167509244761460668082264800168477411853742345442437
10753907774499206955170276183860626133138458300075204493382656029760673711320070932870912744374704723069697720931014169283681802551510865746
37721112523897844250569536967707854499699679468644549059879316368892300987931

هنا مكتوب
الـ الآلة $f(x) = e^x$
هنا وضع

مثال التعرف $D = 1$

نأخذ الأنتقال $f(x) = e^x$

$$f(-2) = e^{-2} \approx 0,135$$

$$f(-1) = e^{-1} \approx 0,367$$

$$f(2) = e^2 \approx 7,38$$

$$f(0) = e^0 = 1$$

$$f(1) = e^1 \approx 2,71$$

$$f(3) = e^3 \approx 20,08$$

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = f'(0) = e^0 = 1$$

$$x \rightarrow 0$$

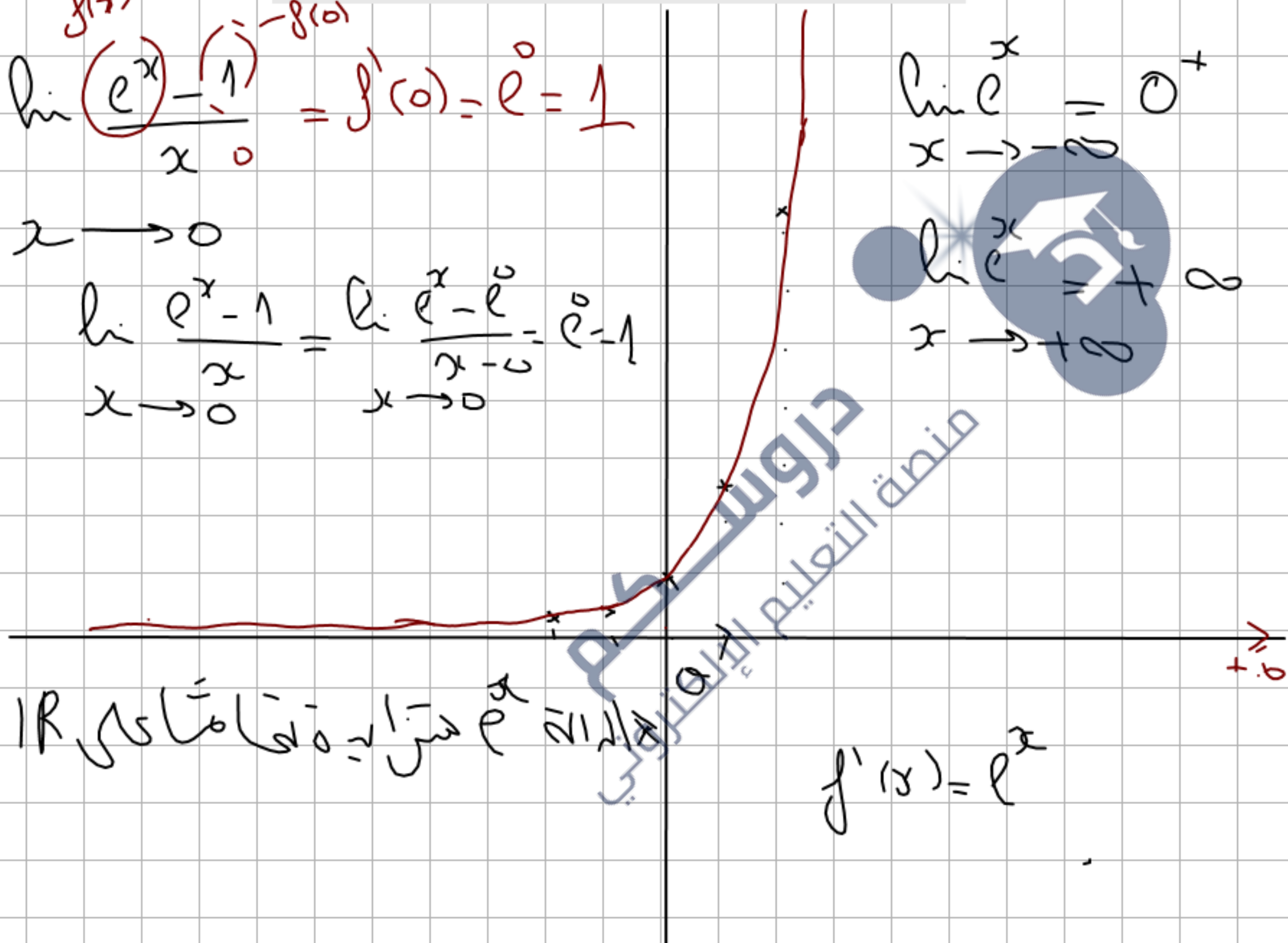
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^0}{x - 0} = e^0 - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} e^x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} e^x = 1$$

مشتق دالة e^x على \mathbb{R}

$$f'(x) = e^x$$



ملف الحصة المباشرة و المسجلة



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

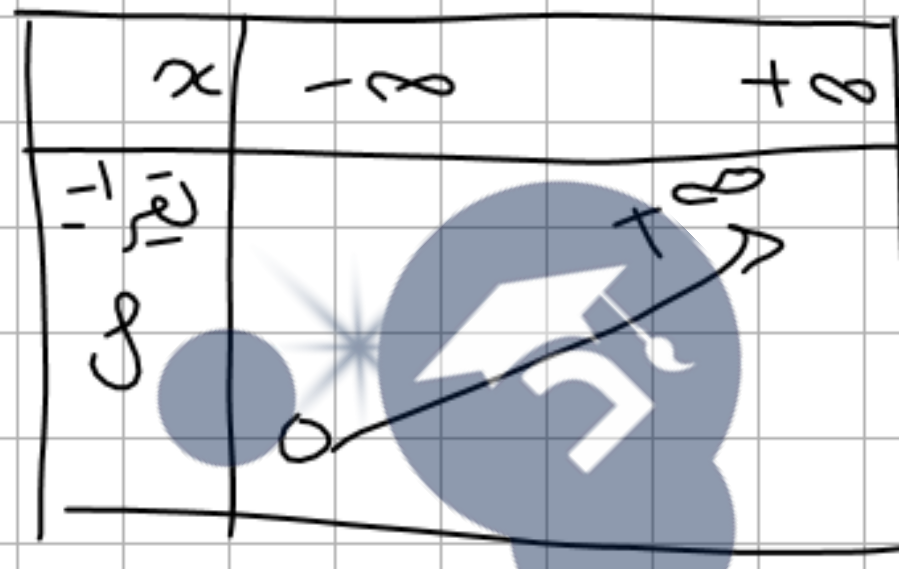
$$e^x \times e^y = e^{x+y}$$

$$\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$$

$$(e^x)^n = e^{nx}$$

قواعد

*



* متى الـ e^x يكون النواصل

أي من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$$e^x > 0$$

$$e^x = 0 \quad \text{لا حل لها}$$

$$e^x = -1 \quad \text{لا حل لها}$$

أحصل على بطاقة الإشتراك



المعادلات والعلاقات

$x = y$ $e^x = e^y$ *
 $x > y$ $e^x > e^y$ *
 $x < y$ $e^x < e^y$ *

منصة التعليم الإلكتروني دروسكم

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$* e^2 \times e^3 = e^{2+3} = e^5$$

$$* (e^2)^3 = e^{2 \times 3} = e^6$$

$$* (e^2)^3 \times e^{-2} = e^6 \times e^{-2} = e^4$$

$$* \frac{e^4}{e^2} = e^{4-2} = e^2$$

$$* \frac{e^{-3}}{e^3} = e^{-3-3} = e^{-6}$$

$$* \frac{e^{-4}}{e^1} = e^{-4-(-1)} = e^{-3}$$

التمرين الأول:

(1) بسط العبارات التالية:

$$e^2 \times e^3; (e^2)^3 \times e^{-2}; \frac{e^4}{e^2}; \frac{e^{-3}}{e^3}; \frac{e^{-4}}{e^{-1}};$$

$$(e^4)^{-1} \times e^4 \times e^{-3} \times e^2 \times \frac{e^6}{e^8};$$

$$e^{2x} \times e^{x+1}; (e^{2x})^3 \times e^{-2x}; \frac{e^{2x+1}}{e^{x-1}};$$

$$(e^{4x^2})^2 \times e^{-x^2} \times \frac{e^6}{e^{2x^2}}; (e^{2x^2+3x-1})^2;$$

$$\sqrt{e^{2x}}; \sqrt{e^{x^2}}; \sqrt[3]{e^{3x}}; \sqrt{\frac{4e^{5x-2}}{e^{x+2}}}$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$x(e)^{4-2} \times e^y \times e^{-3} \times e^2 \times \frac{e^6}{e^8} = \underbrace{e^{-4} \times e^y \times e^{-3} \times e^2 \times e^2}_{e^{-3}}$$

$$= e^{-3}$$

$$* e^{2x} \times e^{-x+1} = e^{2x-x+1} = e^{x+1}$$

$$* (e^{2x})^3 \times e^{-2x} = e^{6x} \times e^{-2x}$$

$$= e^{4x}$$

$$* \frac{e^{2x+1}}{e^{x-1}} = e^{2x+1-(x-1)} = e^{x+2} = e$$

$$(e^4)^{-1} \times e^4 \times e^{-3} \times e^2 \times \frac{e^6}{e^8};$$

$$e^{2x} \times e^{-x+1} : (e^{2x})^3 \times e^{-2x} : \frac{e^{2x+1}}{e^{x-1}};$$

$$(e^{4x^2})^2 \times e^{-x^2} \times \frac{e^6}{e^{2x^2}} : (e^{2x^2+3x-1})$$

$$\sqrt{e^{2x}} : \sqrt{e^{2x}} : \sqrt[3]{e^{3x}} : \sqrt{\frac{4e^{5x-2}}{e^{x+2}}}$$

$$\frac{(e^{4x^2})^2 \times e^{-x^2} \times e^6}{e^{2x^2+3x-1}} = \frac{e^{8x^2-2x^2+6-2x^2}}{e^{2x^2+3x-1}} = e^{4x^2-3x+7}$$



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt{e^{2x}} = (e^{2x})^{\frac{1}{2}} \quad (\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}})$$

$$= e^{x \times \frac{1}{2}} = e^{\frac{x}{2}}$$

$$\sqrt[3]{e^{3x}} = (e^{3x})^{\frac{1}{3}} = e^{3 \times \frac{1}{3} x} = e^x$$

$$\frac{4e^{5x-2}}{e^{x+2}} = 4 \times \frac{e^{5x-2-(x+2)}}{e^0} = 4e^{4x-4} = 4(e^{4x-4})^{\frac{1}{2}} = 2e^{2x-2} = 2e^2 e^{2x-4}$$



أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$* (e^x - 1)(e^x + 1) = (e^x)^2 - 1^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad = e^{2x} - 1$$

(2) أنشر العبارات التالية

$$(e^x + 1)^2; (e^x - 1)^2; (2xe^x + 1)^2; (e^x - 1)(e^x + 1).$$

$$* (e^x + 1)^2 = (e^x)^2 + 2(e^x)(1) + 1^2$$

$$= e^{2x} + 2e^x + 1$$

$$* (e^x - 1)^2 = (e^x)^2 - 2e^x(1) + 1^2$$

$$= e^{2x} - 2e^x + 1$$

$$* (2xe^x + 1)^2 = (2xe^x)^2 + 2(2xe^x)(1) + 1^2$$

$$= 4x^2 e^{2x} + 4xe^x + 1$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



التمرين الثاني:

(1) حل في \mathbb{R} المعادلات التالية:

$$5x^2 e^x - 10x e^x = -5e^x; e^{2x} - \frac{1}{e^{x-1}} = 0;$$

$$e^{2x} = e^2; e^{2x+1} = e^4; e^x = 0;$$

$$e^{x^2+x-1} = -3; e^{x^2+x-1} = 1;$$

$$e^{x^2+x-1} = e; e^{2x} - 1 = 0;$$

$$2e^{2x} + 2e^x - 4 = 0$$

لا حل لها $e^x = 0$

لا حل لها $e^{x^2+x-1} = -3$

لا حل لها

* $e^{2x} = e^2$

تأخذ $2x = 2$

انزل $x = \frac{2}{2} = 1$

اكل ص $x = 2$

* $e^{2x+1} = e^4$

تأخذ $2x+1 = 4$

انزل $2x = 3$

الآن $x = \frac{3}{2}$

اكل ص $x = \frac{3}{2}$

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



المعادلة هي x_1, x_2

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 3}{2} = -2$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 3}{2} = 1$$

طول المعادلة :
 $\sqrt{1}, \sqrt{1}$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x^2 + x - 1 = 1$$

$$x^2 + x + 2 = 0$$

حسب المميز

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(1)(-2)$$

$$= 1 + 8 = 9 = 3^2$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$* e^{2x} - 1 = 0$$

$$e^{2x} = 1$$

$$e^x = e^0$$

$$2x = 0$$

$$\boxed{x = 0}$$

$$* e^{x^2+x-2} = 1$$

$$e^0 = 1$$

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$e^{x^2+x-1} = e$$

المعادلة تصبح

تلكا في

$$x^2 + x - 1 = 0$$

كس المعير:

$$\Delta = 1 - 4(1)(-1) = 5$$

السا في الحل

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





$$3x = 2$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$* 5x^2 e^x - 10x e^x = -5e^x$$

$$5x^2 e^x - 10x e^x + 5e^x = 0$$

$$5e^x (x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

$$5x^2 e^x - 10x e^x = -5e^x; e^{2x} - \frac{1}{e^{x-1}} = 0;$$

$$e^{2x} = e^2; e^{2x+1} = e^4; e^x = 0;$$

$$e^{x^2+x-1} = -3; e^{x^2+x-1} = 1;$$

$$e^{x^2+x-1} = e; e^{2x} - 1 = 0;$$

$$2e^{2x} + 2e^x - 4 = 0$$

$$* 2x - 1 = 0$$

$$e^{2x} = \frac{1}{e^{x-1}}$$

$$e^{2x} = e^{-x+1}$$

$$2x = -x + 1$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - 6}{4} = -1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + 6}{4} = 1$$

بما أن $x = e^x$

كل $e^x = -2$ حل ليس

كل $e^x = 2$ اكل $x=0$

وانزل حل المعادلة هو

$$x=0$$

$$* 2e^{2x} + 2e^x - 4 = 0$$

$$2x^2 + 2x - 4$$

$$x = e^x$$

$$x = 2$$

$$2x^2 + 2x - 4 = 0$$

كسالمرد

$$\Delta = (2)^2 - 4(2)(-4)$$

$$\Delta = 4 + 32 = 36 = 6^2$$

المعادلة حسب

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



(2) حل في \mathbb{R} المترجمات التالية :

$$e^{2x+1} < e^x; e^{2x^2+x+2} < e^{2x-1};$$

$$e^{x^2-3x+2} - 1 > 0.$$

$$-x^2e^x + 3xe^x < -2e^x;$$

$$(xe^x)^2 + xe^{2x} > \frac{-2}{e^{-2x}};$$

$$(x+1)(e^x - 1) \leq 0$$

$$e^x < e^{x+1}$$

$$x < x+1$$

$$x < 0$$

$$x < -1$$

$$x \in]-\infty; -1[$$

$$e^{2x^2+x+2} < e^{2x-1}$$

$$2x^2+x+2 < 2x-1$$

$$2x^2-x+3 < 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(2)(3) = -23 < 0$$

لا يوجد حل لأن $\Delta < 0$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$e^{x^2-x+3} > 0$$

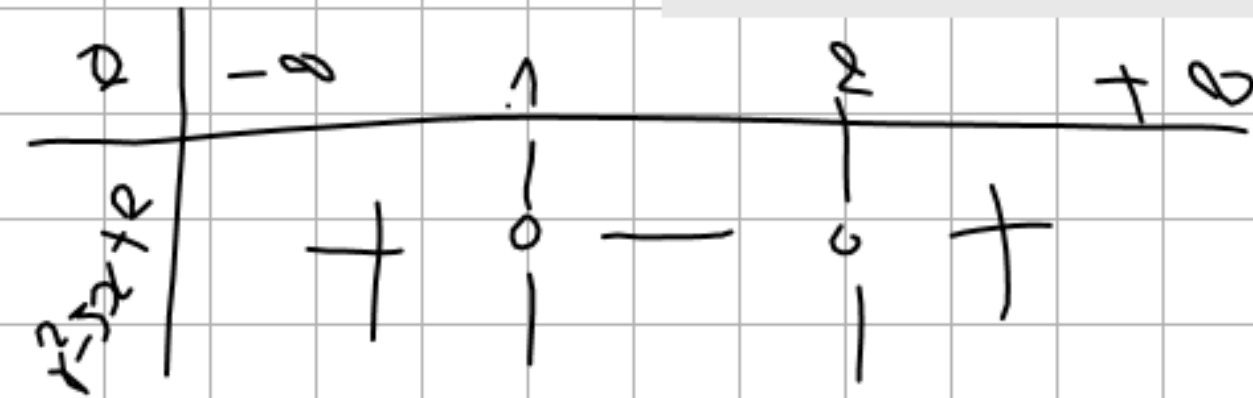
$$x^2-x+3 < 0$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



أي: الحلون

$$x \in]-\infty; -1[\cup]2; +\infty[$$

$$x^2 - 3x + 2 > 0$$

$$x^2 - 3x + 2$$

$$x^2 - 3x + 2 > 0$$

$$x^2 - 3x + 2 > 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4(1)(2)$$

$$= 9 - 8 = 1$$

$$x_0 = \frac{3 \pm 1}{2} = 1$$

$$x_1 = \frac{3 + 1}{2} = 2$$

$$-x^2 e^x + 3x e^x < -2e^x;$$

دعنا نوزعها

$$-x^2 e^x + 3x e^x + 2e^x < 0$$

$$e^x (-x^2 + 3x + 2) < 0$$

ذاتياً
مجاه

$$-x^2 + 3x + 2 < 0$$

$$\Delta = 9 - 4(-1)(2)$$

$$\Delta = 9 + 8 = 17$$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{17}}{-2}$$

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{17}}{-2}$$

$x \in]-\infty, \frac{-3 + \sqrt{17}}{-2}[\cup$
 $]\frac{-3 - \sqrt{17}}{-2}, +\infty[$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن:
 $(e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2 = 4$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$e^{2x} + e^x - 2 = (e^x - 1)(e^x + 2)$$

$$(e^x - x)(e^x + x) = e^{2x} - x^2$$

منصة التعليم الإلكتروني
دروسكم

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$x+1+\frac{3}{2e^x+1}=x+2+\frac{2(1-e^x)}{2e^x+1}$$

$$\frac{e^x}{e^x-x}=\frac{1}{1-xe^{-x}}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



(5) لتكن الدالة g حيث $g(x) = e^{3x} - 3e^{2x} + 3e^x - 1$ أحسب $g(0)$ ثم أوجد الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث:

$$g(x) = (e^x - 1)(ae^{2x} + be^x + c)$$

(4) لتكن الدالة f المعرفة \mathbb{R} على ب $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$ بين أنه من أجل $x \in [0; 1]$ فإن $0 \leq f(x) \leq \frac{1}{2}$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



التمرين الثالث: عين مجموعة تعريف الدوال التالية:

$$f(x) = e^{2x^2+x+2}; g(x) = \frac{x}{e^x+1};$$

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x+1}}; k(x) = e^{\frac{1}{x-1}};$$

$$l(x) = \frac{1}{e^x-1}; m(x) = e^{\sqrt{x+1}};$$

$$p(x) = e^{\sqrt{x^2+2x-1}}.$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

التمرين الرابع: أحسب في كل حالة من الحالات التالية نهاية الدالة عند $-\infty$ و $+\infty$.

$$f(x) = e^{-x}; f(x) = 4e^{4x};$$

$$f(x) = e^x + e^{-x}; f(x) = x + e^{3x};$$

$$f(x) = 4 + e^{2x} + e^x; f(x) = \frac{e^x - 1}{3e^x + 1}$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

التمرين الخامس: أدرس في كل حالة من الحالات التالية نهاية الدالة عند 0:

$$\frac{e^{4x}-1}{3x}; \frac{e^x-e^{2x}}{x}; \frac{e^x-1}{4x}; \frac{e^{3x}-1}{x}; xe^{\frac{1}{x}}-x;$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك





ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

جامعة
البحرين
منطقة التعليم الإلكتروني

