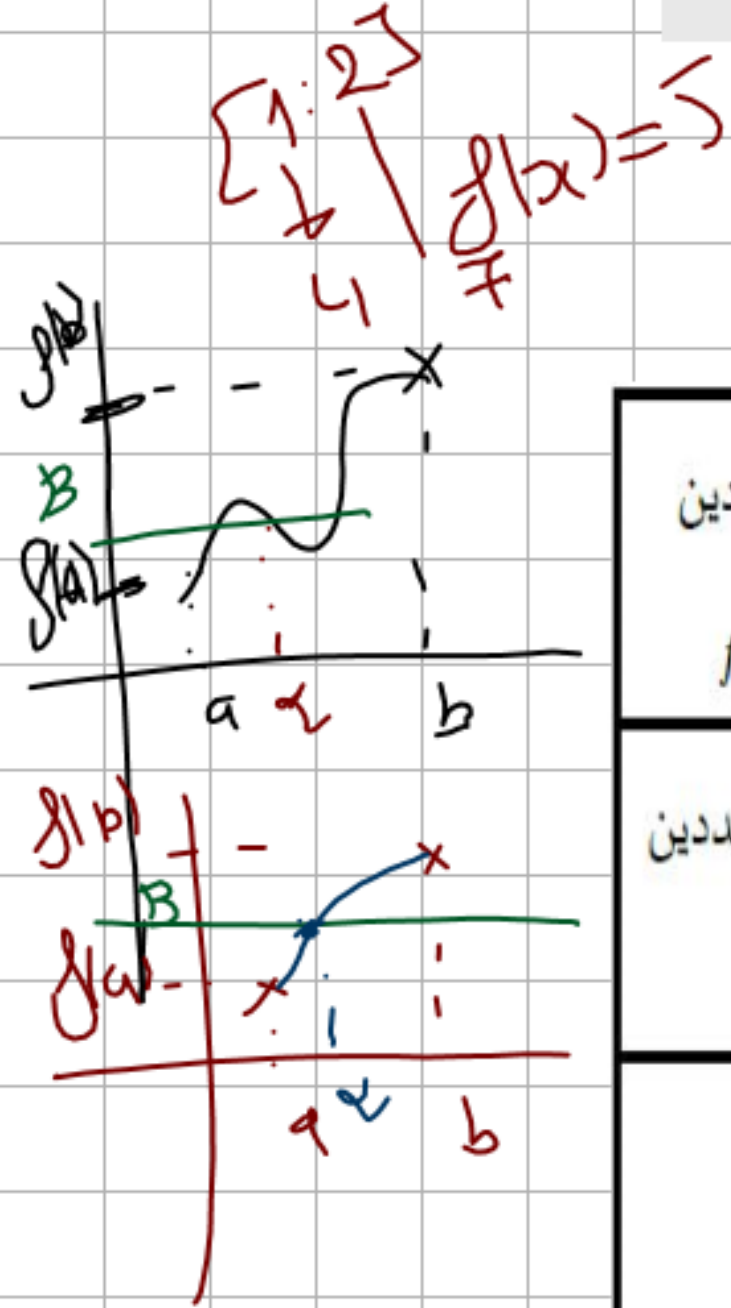
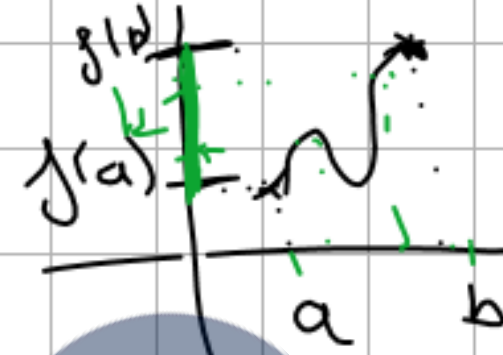


# نظرية القيم المتوسطة



مبرهنة 1	إذا كانت $f$ مستمرة على مجال $[a; b]$ فإنه لكل عدد حقيقي $\beta$ محصور بين العددين $f(a)$ و $f(b)$ يوجد على الأقل عدد حقيقي $\alpha$ من المجال $[a; b]$ بحيث $f(\alpha) = \beta$
مبرهنة 2	إذا كانت $f$ مستمرة ورتيبة على مجال $[a; b]$ وكان العدد حقيقي $k$ محصور بين العددين $f(a)$ و $f(b)$ فإن المعادلة $f(x) = k$ تقبل حلا وحيدا في المجال $[a; b]$
مبرهنة 3	إذا كانت $f$ مستمرة ورتيبة تماما على المجال $[a; b]$ و $f(a) \times f(b) < 0$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ ينتمي الى المجال $[a; b]$
مبرهنة 4	إذا كانت $f$ مستمرة على المجال $[a; b]$ و $f(a) \times f(b) < 0$ فإن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل على الأقل عدد حقيقي $\alpha$ محصور بين $a$ و $b$ بحيث $f(\alpha) = 0$

$$f(x) = 0$$

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

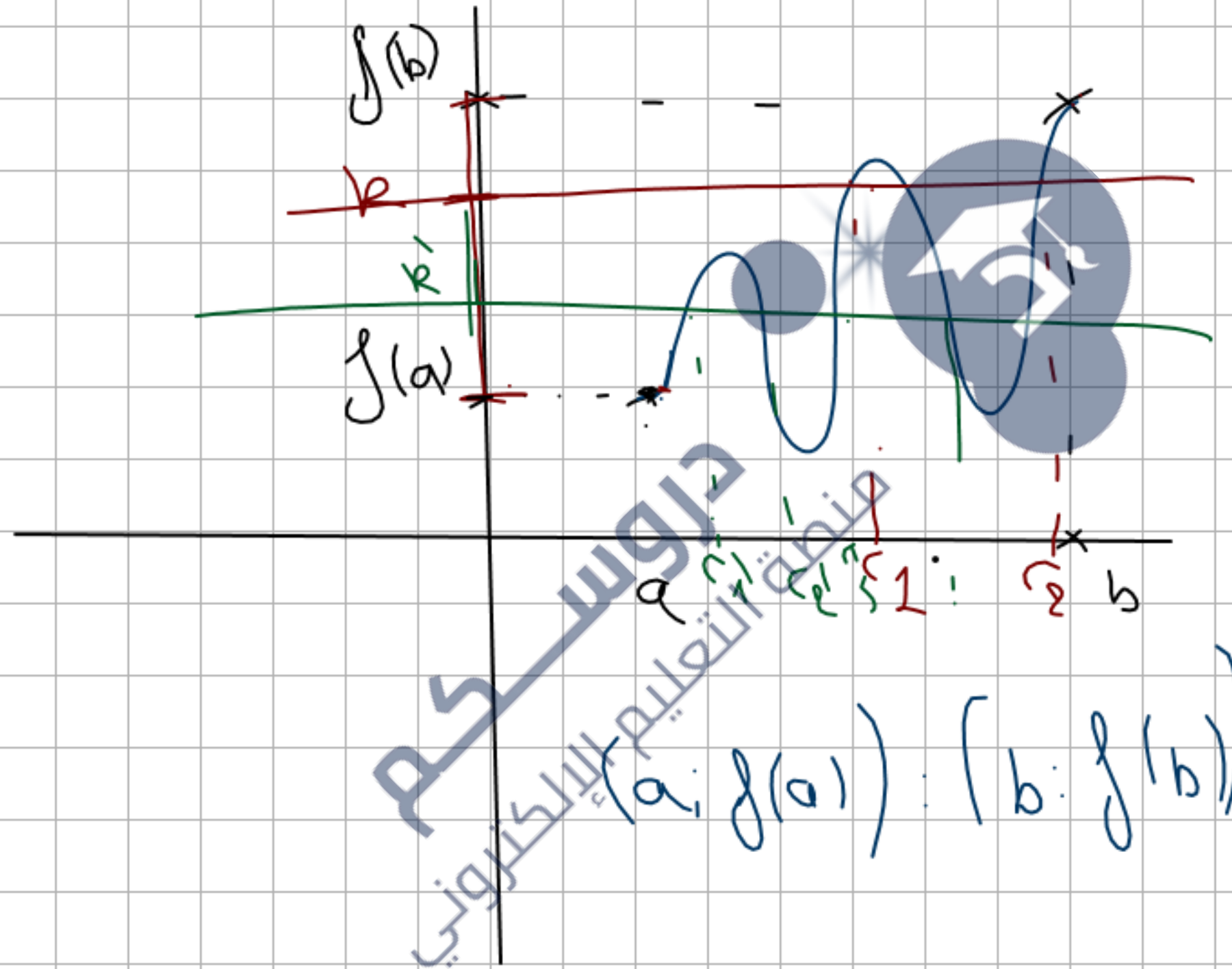
2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك





دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

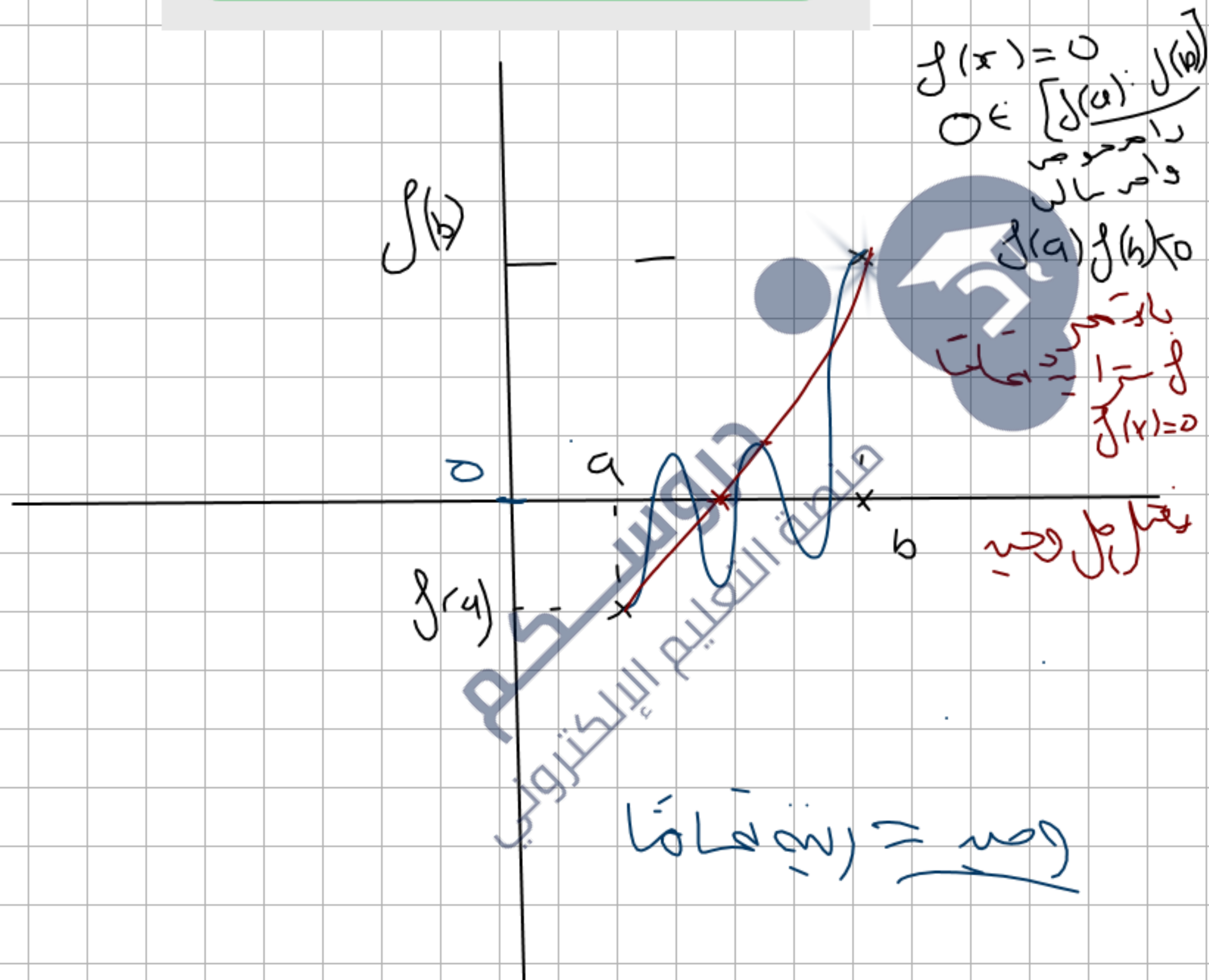
2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك





دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





### التمرين الخامس:

1) برهن باستخدام نظرية القيم المتوسطة أن المعادلة  $x^3 - 2x^2 = -2$  تقبل على الأقل حلا في المجال  $[-2; 1]$

نضع:  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2$

المعادلة  $f(x) = -2$

لنستخرج على  $\mathbb{R}$  من  $f(x) = -2$

حيث أن  $f(1) = 1 - 2 - 2 = -3$  و  $f(-2) = -8 - 8 - 2 = -18$

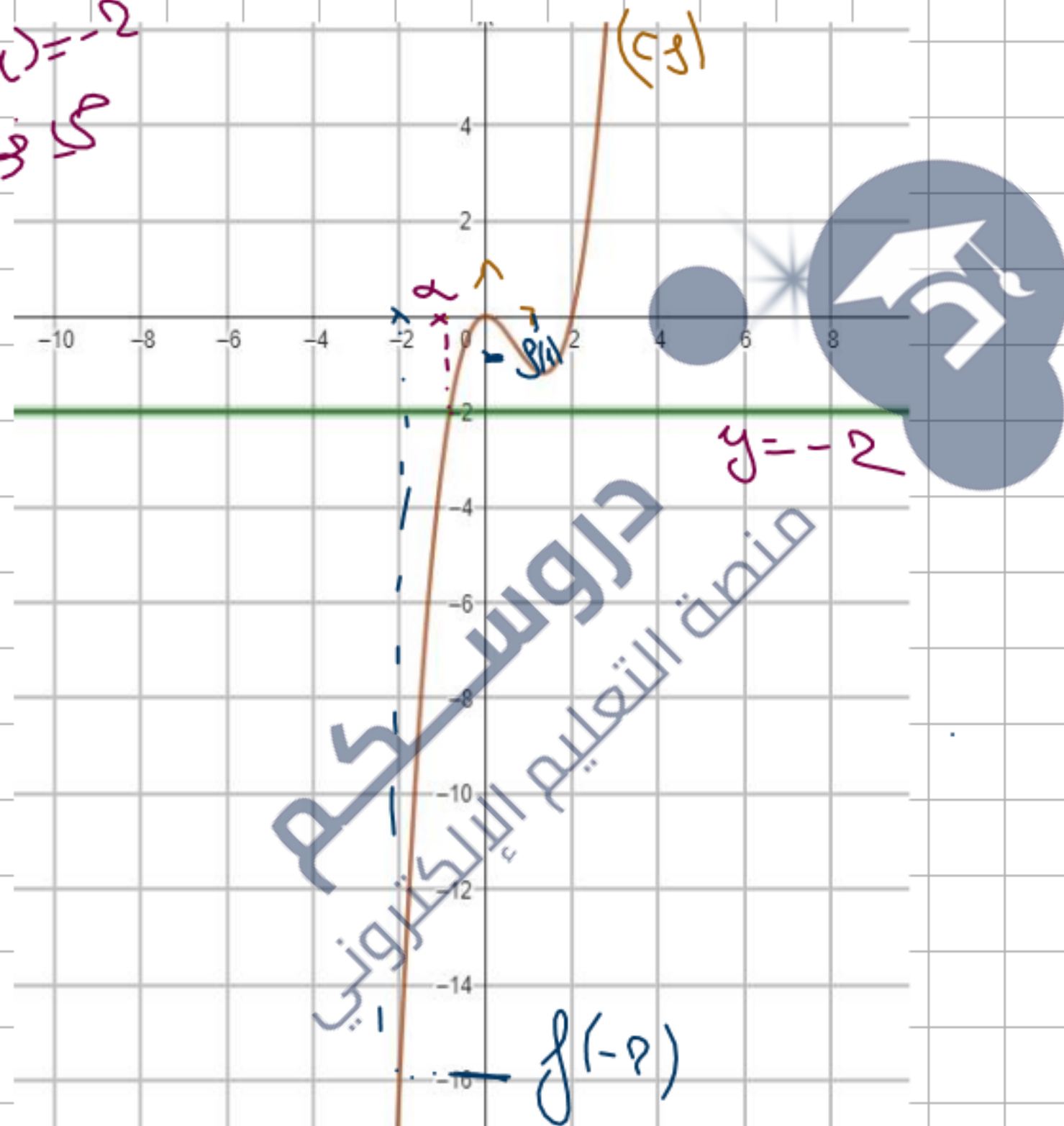
نلاحظ أن  $f(1) < -2 < f(-2)$

بالتالي  $f(1) < -2 < f(-2)$

بالتالي  $f(1) < -2 < f(-2)$

نلاحظ أن  $-2 \in [-2; 1]$   
وهذا حسب مبرهنة القيمة المتوسطة فإن  
المعادلة  $f(x) = -2$   
تقبل على الأقل حلاً في  
كيفية  $[-2; 1]$

سياتيا تمام  
فان اعم السبع  
-2-  
هذا هو الميل  
 $f(x) = -2$



دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



(2) برهن باستخدام نظرية القيم المتوسطة أن المعادلة  $\frac{x^3 + 2x - 1}{x^2 + 3} = 0$  تقبل على الأقل حلا في المجال  $[0; 1]$ .

نضع:  $f(x) = \frac{x^3 + 2x - 1}{x^2 + 3}$

معرفة مستمرة في  $\mathbb{R}$

و، صفة متصلة في  $[0; 1]$

$f(0) = -\frac{1}{3}$

$f(1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

و،  $0 \in [f(0); f(1)]$

أو  $f(0) \times f(1) < 0$

و، من حسب نظرية القيمة المتوسطة،

فانه يوجد على الأقل  $\alpha \in ]0; 1[$

كيب  $f(\alpha) = 0$



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك





**التمرين السابع:** لتكن الدالة  $f$  المعرفة  $\mathbb{R}$  على بـ:

$$f(x) = x^3 - 3x - 3$$

- أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $[2; 4]$ .
- أوجد حصر العدد  $\alpha$  سعته  $0,25$ .
- عين عدد حلول المعادلة  $f(x) = 4$  والمعادلة  $f(x) = -2$ .
- شكل جدول إشارة  $f(x)$  حسب قيم  $x$ .

أَبْتَعْرِ = 1

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

لقد كنت صرّة وقابله للاستقالات

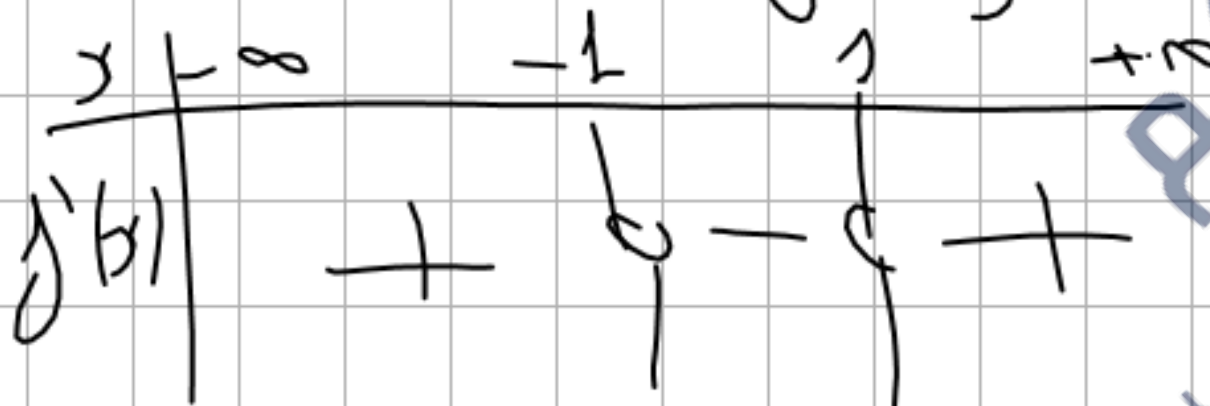
ودالها العسقة لحيث

$$f(x) = 3x^2 - 3$$

$$= 3(x^2 - 1)$$

$$f'(x) = 6x = 0 \Rightarrow x = 0$$

إشارة  $f'(x)$





1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



بما ان  $f(x) = x^2 - 1$  قابل للتحليل  
وصيغته في المجال  $[2:4]$

الالة في حجرة مترابطة تقام

في المجال  $[-1:3]$  و

$f(-1) = -1$  و  $f(2) = -1$

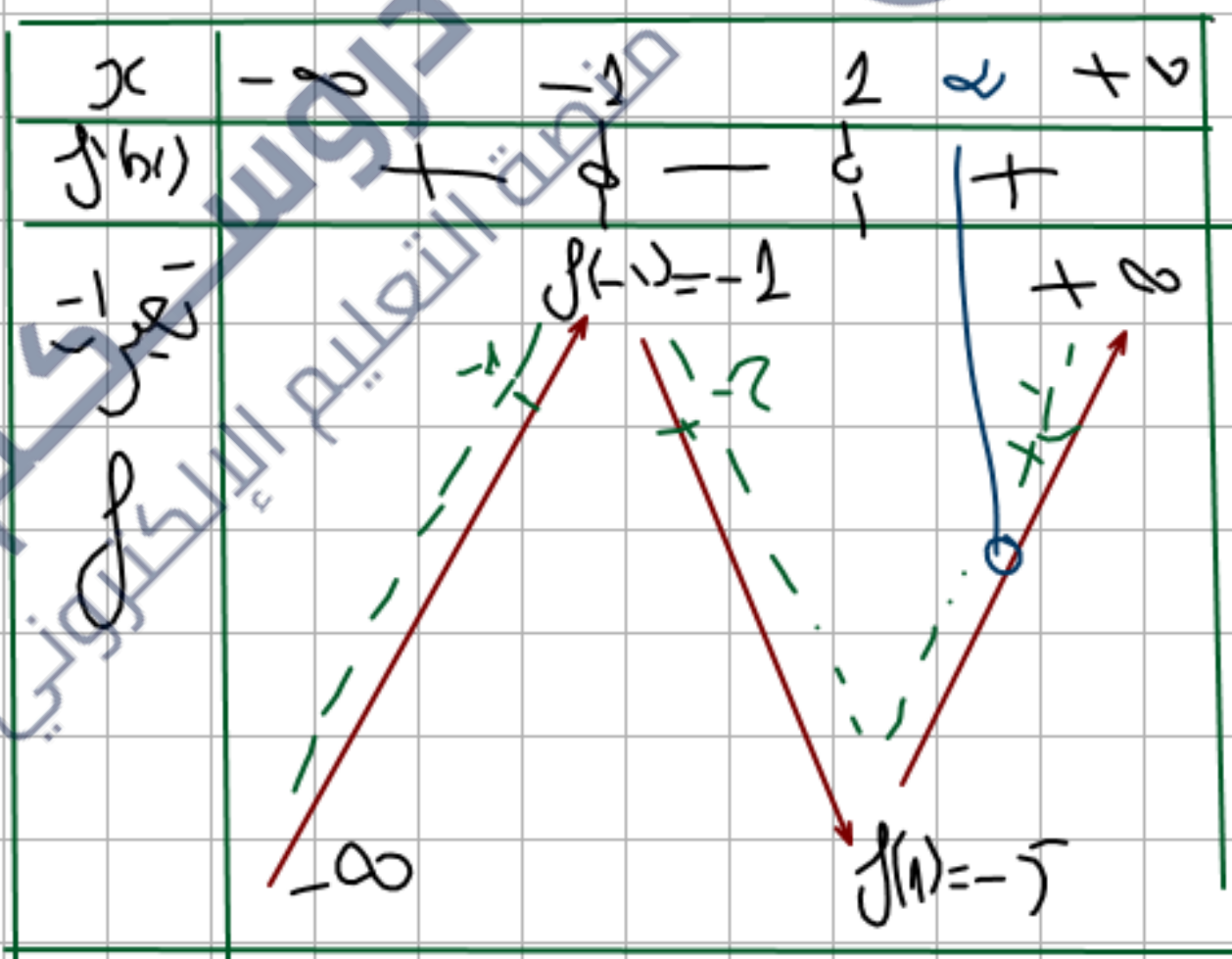
وهو قابل للتحليل

في المجال  $[-1:3]$

الالة في حجرة مترابطة تقام

و  $f(-1) = -1$  و  $f(1) = 1$

وهو قابل للتحليل  
وصيغته في المجال  $[-1:3]$



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



والدالة متناهية تمامًا

على  $[-1, 1]$  دالة

المعادلة  $f(x) = 0$   
لا تقبل حلًا في  $[-1, 1]$

\* الدالة  $f$  متناهية تمامًا

$[1, +\infty[$  و  $f(x) = -x$

و  $f(x) = +\infty$   
و  $f(x) = 2$

و ليست متناهية تمامًا

على  $[1, +\infty[$  دالة متناهية تمامًا

الصحيح المستوي - دالة يوجد حل في

$x \in [1, +\infty[$  صحيح  $f(x) = 0$

بما أن  $x \in [2, 4]$

و  $f(4) = 4$  و  $f(2) = 1$

$x \in ]2, 4]$

لأن  $f(x) = 4$  هو حل وحيد

في  $[1, +\infty[$

$$f(x) = -1$$

$$f(3) = 15$$

معناه  $2 \in ]2, 3[$

$$2 < x < 3$$

$$3 - 2 = 1$$

$$f(x) = 1$$

$$f(x, 5) = 5, 12$$

$$2 < x < 2, 1$$

أذن

دايحاد حصر لا سعته ٢,٥

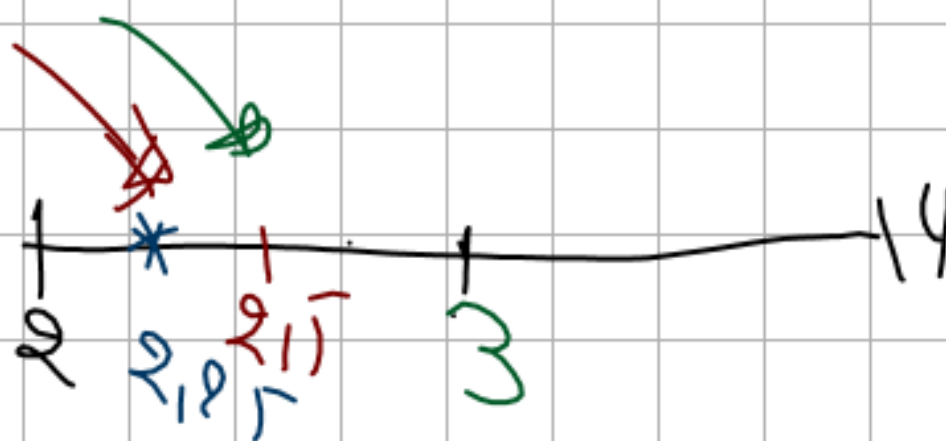
$$2 < x < 4$$

$$2 < x < 3$$

$$2, 5 - ? = 1$$

$$2 < x < 2, 7$$

طريقة الحل



دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





$$f(2, 2.5) = 1.8$$

$$f(2) = -2$$

$$2 < \alpha < 2.5$$

$$2.5 - 2 = 0.5$$

$$\alpha \in ]2, 2.5[$$

دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



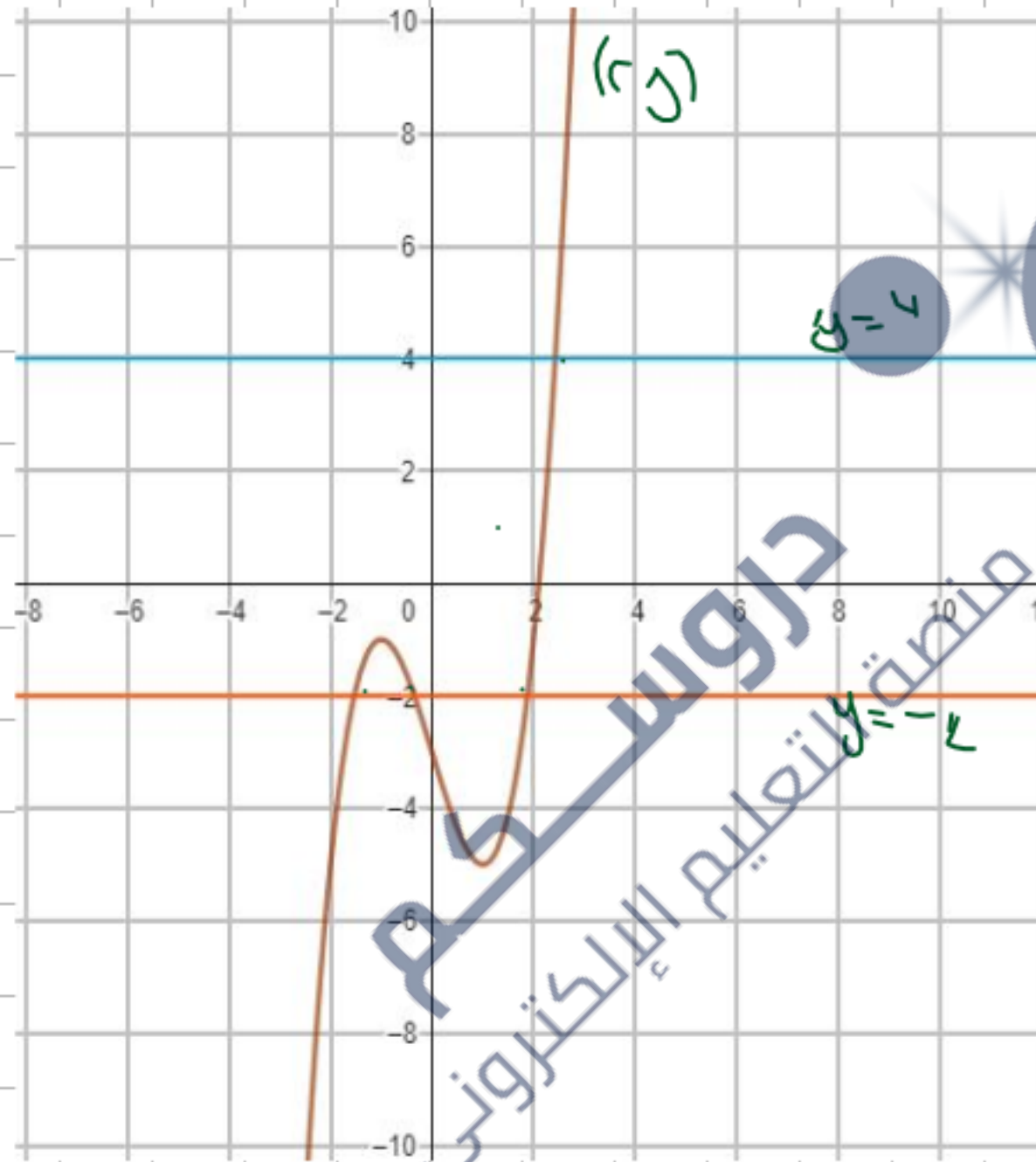
المعادلة  $y = f(x)$  حل وحيد في المجال  $]1; +\infty[$

المعادلة  $f(x) = -2$  ثلاثة حلول في المجال  $]1; -\infty[$

حل في المجال  $]1; -1[$

حل المجال  $]1; +\infty[$





دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



**التمرين السادس:** لتكن الدالة  $f$  المعرفة  $\mathbb{R}$  على بـ:

$$f(x) = x^3 + 2x - 4$$

- أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $[1, 2]$ .
- أوجد حصر العدد  $\alpha$  بتقريب  $10^{-1}$ .
- شكل جدول إشارة  $f(x)$  حسب قيم  $x$ .

0,2

أوجد حصر العدد  $\alpha$  بتقريب  $10^{-1}$ .

شكل جدول إشارة  $f(x)$  حسب قيم  $x$ .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

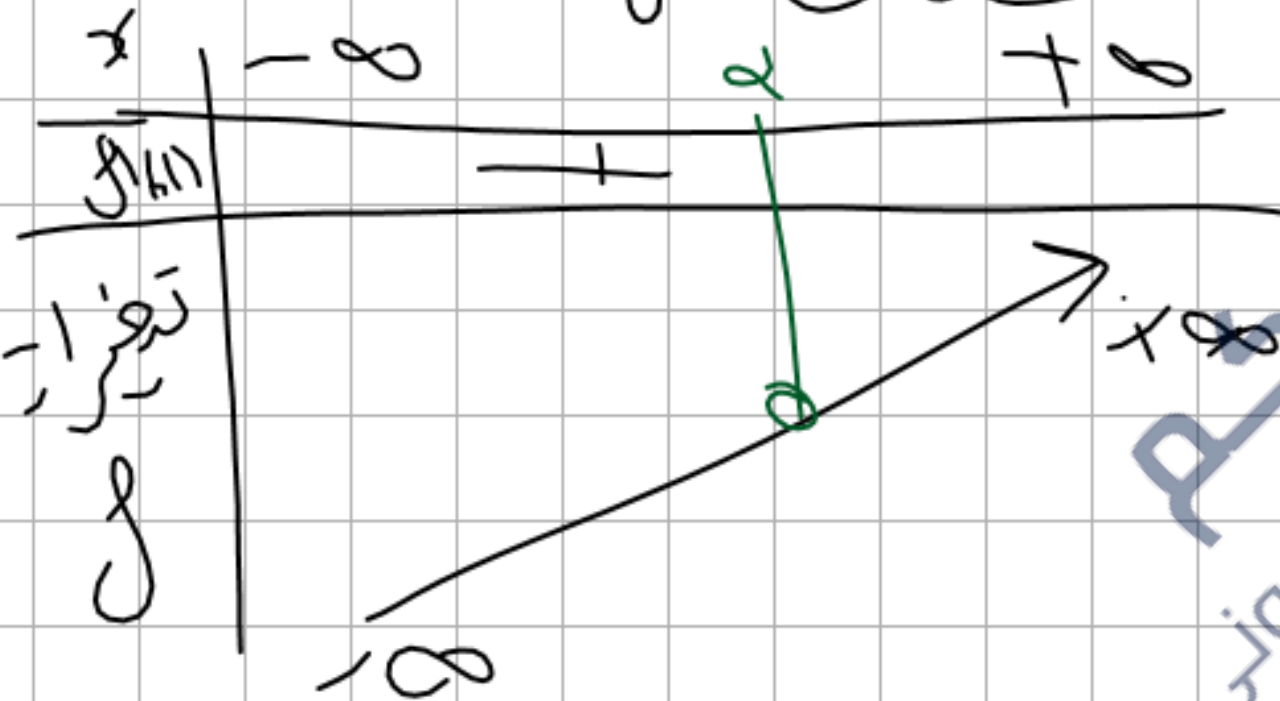
فتمتزة فالل رنفوات الـ  $\mathbb{R}$

$$f'(x) = 3x^2 + 2 > 0$$

يعني هنا كل  $x \in \mathbb{R}$

فان  $f'(x) > 0$  يعني فتمتزة

فتمتزة الـ  $\mathbb{R}$



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$f(x) = 0$$

و

في مستويين و من زاوية تقاطعاً

في  $R$  او نقطة خاصة في  $[1, 2]$

$$f(1) = -2$$

$$f(2) = 8$$

و منه  $f(x) = (x-1)(x-2)$

مستويين و التقاطع التام

بانه يوجد  $x$  و  $y$

في  $R$  و  $R$



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

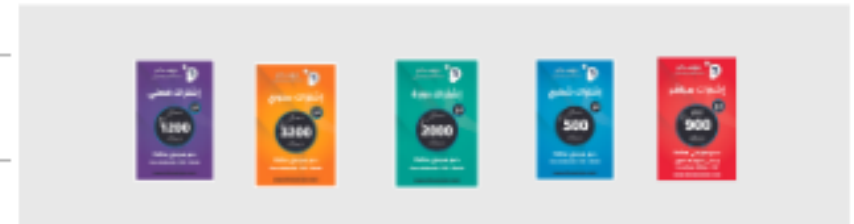


1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

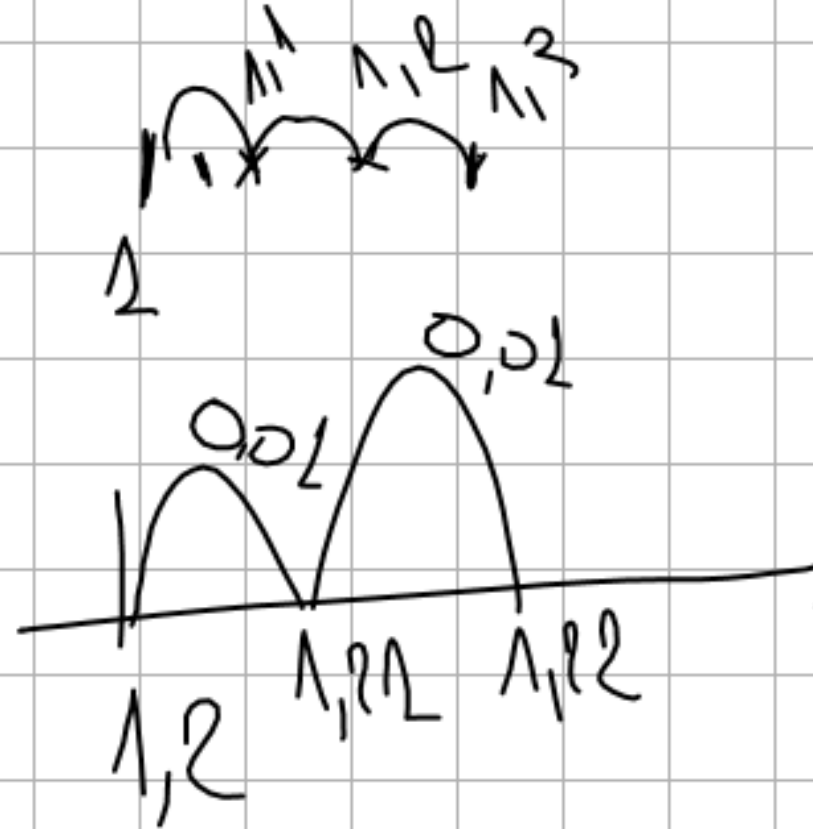
أحصل على بطاقة الإشتراك



[1:2]

أيجاد حصر لا يتفرق  $10^{-2} = 0.01$

0,2



$$f(1) = -2$$
$$f(2,1) = -4,869$$

$$f(1,2) = 0,128$$



بتفرق  $0,01 = 10^{-2}$

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



**التمرين الثامن:** أوجد الدالة المشتقة  $f'$  للدالة  $f$  في الحالات التالية:

$$(u \times v)' = u' \times v + v' \times u$$

$$\Rightarrow f'(x) = (5x+3)'(2x-4) + (2x-4)'(5x+3)$$

$$= 5(2x-4) + 2(5x+3)$$

$$= 10x - 20 + 10x + 6$$

$$= 20x - 14$$

$$11) (\cos x)' = -\sin x$$

- 7)  $f(x) = (5x+3)(2x-4)$
- 8)  $f(x) = (x+2)(3x^2+4x-1)$
- 9)  $f(x) = (x+2)(3x^2+4x-1)$
- 10)  $f(x) = \left(\frac{1}{2}x-1\right)(x^2-1)$
- 11)  $f(x) = \cos(x)$
- 12)  $f(x) = \cos(2x-1)$
- 13)  $f(x) = -2 \cos(2x^2-x+1)$



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$h = f \circ g$$
$$h(x) = f(g(x))$$

$$[f(g(x))]' = g'(x) \times f'(g(x))$$

$$[\cos(x^2 - 3x)]' = (2x - 3) \times (-\sin(x^2 - 3x))$$
$$= -(2x - 3) \sin(x^2 - 3x)$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



16)

$$f(x) = \sin x$$

$$g(x) = 7x^2 + x + 2$$

$$h(x) = f(g(x))$$

$$g'(x) \times f'(g(x))$$

$$h'(x) = (14x + 1) \cos(7x^2 + x + 2)$$

$$(f^n)' = n \times f' \times f^{n-1}$$

$$14) f(x) = \sin(x)$$

$$15) f(x) = \sin(6x+1)$$

$$16) f(x) = 5 \sin(7x^2 + x + 1)$$

$$17) f(x) = (5x+3)^3$$

$$18) f(x) = (x^2 - x + 1)^5$$

$$19) f(x) = \sqrt{x}$$

$$20) f(x) = \sqrt{2x^2 - x + 3}$$

$$21) f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x+1}$$

$$22) f(x) = \frac{x^2 - x}{\sqrt{2x-1}}$$

حصص مباشرة 1

حصص مسجلة 2

دورات مكثفة 3

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

### المسألة 01:

$g$  دالة عددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

$$g(x) = -x^3 + 6x^2 - 13x + 8$$

1) أدرس تغيرات الدالة  $g$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$

(لاحظ أن  $g(1) = 0$ )

2) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{2\}$  بـ:

$$f(x) = -x + 1 + \frac{x-1}{(x-2)^2}$$

في معلم متعامد  $(o, i, j)$  حيث:  $\|i\| = 2cm$ ;  $\|j\| = 3cm$

أ) ثم تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{2\}$ :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{(x-2)^3}$$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

3) بين أن  $(c_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين  $(\Delta)$  و  $(D)$

حيث  $(\Delta)$  هو المستقيم المقارب المائل

4) أدرس وضعية المنحنى  $(c_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$

5) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(c_f)$  في النقطة

ذات الفاصلة  $x_0 = 3$

6) أرسم  $(\Delta)$ ;  $(D)$ ;  $(T)$ ;  $(c_f)$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني



1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

## المسألة 02:

(I) ليكن كثير الحدود:  $g(x) = x^3 - 3x + 2$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :

$$g(x) = (x-1)(x^2+x-2)$$

2) ادرس إشارة كثير الحدود  $h(x)$  حيث:  $h(x) = xg(x)$

(II) لتكن الدالة  $f$  ذات المتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $\mathbb{R}^+$

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 3x - 1}{x^2}$$

كما يلي:

و  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في  $M$  إلى  $M$  و  $M$  و  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

1) بين أنه من أجل كل عدد  $x$  من  $\mathbb{R}^+$ :  $f'(x) = \frac{h(x)}{x^4}$

2) ادرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل يطلب تعيين معادلتها

4) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

5) بين أن  $f(x) = 0$  تقبل حل وحيد  $\alpha$  حيث:  $\frac{1}{4} < \alpha < \frac{1}{2}$

6) أرسم المنحنى  $(C_f)$ .

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك

