إيجاد عبارة المُشتقة

أحسب $f'(x)$ مُشتقة الدّالة f في كل حالة:

① $f(x) = -2x^3 + 4x^2 - x + 5$

② $f(x) = (x^2 - x)(-3x^3 + 2x)$

③ $f(x) = (2x - x^3)^3 - (4x^3 - 3x^2)^4$

④ $f(x) = \dfrac{-x^2 + 3x}{x^2 + x}$

⑤ $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(3x^2 - 2x)^3}$

⑥ $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 1} - \sqrt{4x^2 + x}$

⑦ $f(x) = -2x^2 + x - \sqrt{x^2 + x} + \dfrac{2}{x^2 - x}$

1/ $f(x) = -2x^3 + 4x^2 - x + 5$

f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث:

$f'(x) = -6x^2 + 8x - 1$

2/ $f'(x) = (2x-1)(-3x^3+2x) + (-9x^2+2)(x^2-x)$

3/ $f'(x) = 3(2-3x^2)(2x-x^3)^2 - 4(12x^2-6x)(4x^3-3x^2)^3$

4/ $f'(x) = \dfrac{(-2x+3)(x^2+x) - (2x+1)(-x^2+3x)}{(x^2+x)^2}$

إيجاد عبارة المُشتقة

أحسب $f'(x)$ مُشتقة الدّالة f في كل حالة:

① $f(x) = -2x^3 + 4x^2 - x + 5$

② $f(x) = (x^2 - x)(-3x^3 + 2x)$

③ $f(x) = (2x - x^3)^3 - (4x^3 - 3x^2)^4$

④ $f(x) = \dfrac{-x^2 + 3x}{x^2 + x}$

⑤ $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(3x^2 - 2x)^3}$

⑥ $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 1} - \sqrt{4x^2 + x}$

⑦ $f(x) = -2x^2 + x - \sqrt{x^2 + x} + \dfrac{2}{x^2 - x}$

$$5/\ f'(x) = \frac{(2x-2)(3x^2-2x)^3 - 3(6x-2)(3x^2-2x)^2(x^2-2x)}{(3x^2-2x)^6}$$

$$6/\ f'(x) = \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x+1}} - \frac{8x+1}{2\sqrt{4x^2+x}}$$

$$7/\ f'(x) = -4x + 1 - \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}} + \frac{-2(2x-1)}{(x^2-x)^2}$$

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{-3}{x^2-x} \\ f'(x) = \dfrac{3(2x-1)}{(x^2-x)^2} \end{cases}$$

إيجاد عبارة المُشتقة

أحسب $f'(x)$ مُشتقة الدّالة f في كل حالة:

① $f(x) = -2x^3 + 4x^2 - x + 5$

② $f(x) = (x^2 - x)(-3x^3 + 2x)$

③ $f(x) = (2x - x^3)^3 - (4x^3 - 3x^2)^4$

④ $f(x) = \dfrac{-x^2 + 3x}{x^2 + x}$

⑤ $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(3x^2 - 2x)^3}$

⑥ $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 1} - \sqrt{4x^2 + x}$

⑦ $f(x) = -2x^2 + x - \sqrt{x^2 + x} + \dfrac{2}{x^2 - x}$

إيجاد عبارة المُشتقة

✍ أحسب $f'(x)$ مُشتقة الدّالة f في كل حالة:

① $f(x) = -2x^3 + 4x^2 - x + 5$

② $f(x) = (x^2 - x)(-3x^3 + 2x)$

③ $f(x) = (2x - x^3)^3 - (4x^3 - 3x^2)^4$

④ $f(x) = \dfrac{-x^2 + 3x}{x^2 + x}$

⑤ $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(3x^2 - 2x)^3}$

⑥ $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 1} - \sqrt{4x^2 + x}$

⑦ $f(x) = -2x^2 + x - \sqrt{x^2 + x} + \dfrac{2}{x^2 - x}$

إيجاد عبارة المُشتقة

أحسب $f'(x)$ مُشتقة الدّالة f في كل حالة:

① $f(x) = -2x^3 + 4x^2 - x + 5$

② $f(x) = (x^2 - x)(-3x^3 + 2x)$

③ $f(x) = (2x - x^3)^3 - (4x^3 - 3x^2)^4$

④ $f(x) = \dfrac{-x^2 + 3x}{x^2 + x}$

⑤ $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x}{(3x^2 - 2x)^3}$

⑥ $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 1} - \sqrt{4x^2 + x}$

⑦ $f(x) = -2x^2 + x - \sqrt{x^2 + x} + \dfrac{2}{x^2 - x}$

قابليّة الإشتقاق عند عدد حقيقي $x = a$

$A(a ; b)$

❑ **طريقة :** لدراسة قابلية إشتقاق الدالة f عند العدد الحقيقي a نتّبع الخطوات التاليّة :

① تتأكد أن الدالة f مستمرة عند a .(في منهاج الرياضيات الجزائري كل الدوال المُعطاة مستمرة على كل مجال من مجموعة التعريف).

② نحسب : $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a}$ أو $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(h+a) - f(a)}{h}$.

فنتحصّل على أحد النتائج الجميلة التاليّة :

إذا كان:	فإن:	المنحني الممثل للدالة f يقبل :
$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} =$ $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} =$ $l \in \mathbb{R}$	f قابلة للإشتقاق عند a و عددها المُشتق عند a هو $f'(a) = l$	مماسا عند النُقطة ذات الفاصلة $x = a$ معادلته : $y = f'(a)(x-a) + f(a)$
$\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = \mp\infty$	f غير قابلة للإشتقاق عند a.	مماسا موازيا لحامل محور التراتيب معادلته: $x = a$.
$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = l_1$	f قابلة للإشتقاق عند a من اليمين .	نصف مماس من اليمين عند النقطة ذات الفاصلة $x = a$.
$\lim\limits_{x \overset{<}{\to} a} \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a} = l_2$	f قابلة للإشتقاق عند a من اليسار .	نصف مماس من اليسار عند النقطة ذات الفاصلة $x = a$.
$l_1 \neq l_2$	f غير قابلة للإشتقاق عند النقطة ذات الفاصلة $x = a$.	نقطة زاويّة عند النقطة ذات الفاصلة $x = a$

العدد المشتق $f'(x_0)$

1/ $\lim\limits_{x \to x_0} \boxed{\dfrac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}} = f'(x_0)$

2/ $\lim\limits_{h \to 0} \boxed{\dfrac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}} = f'(x_0)$

• $f'(x_0)$ العدد المشتق عند x_0

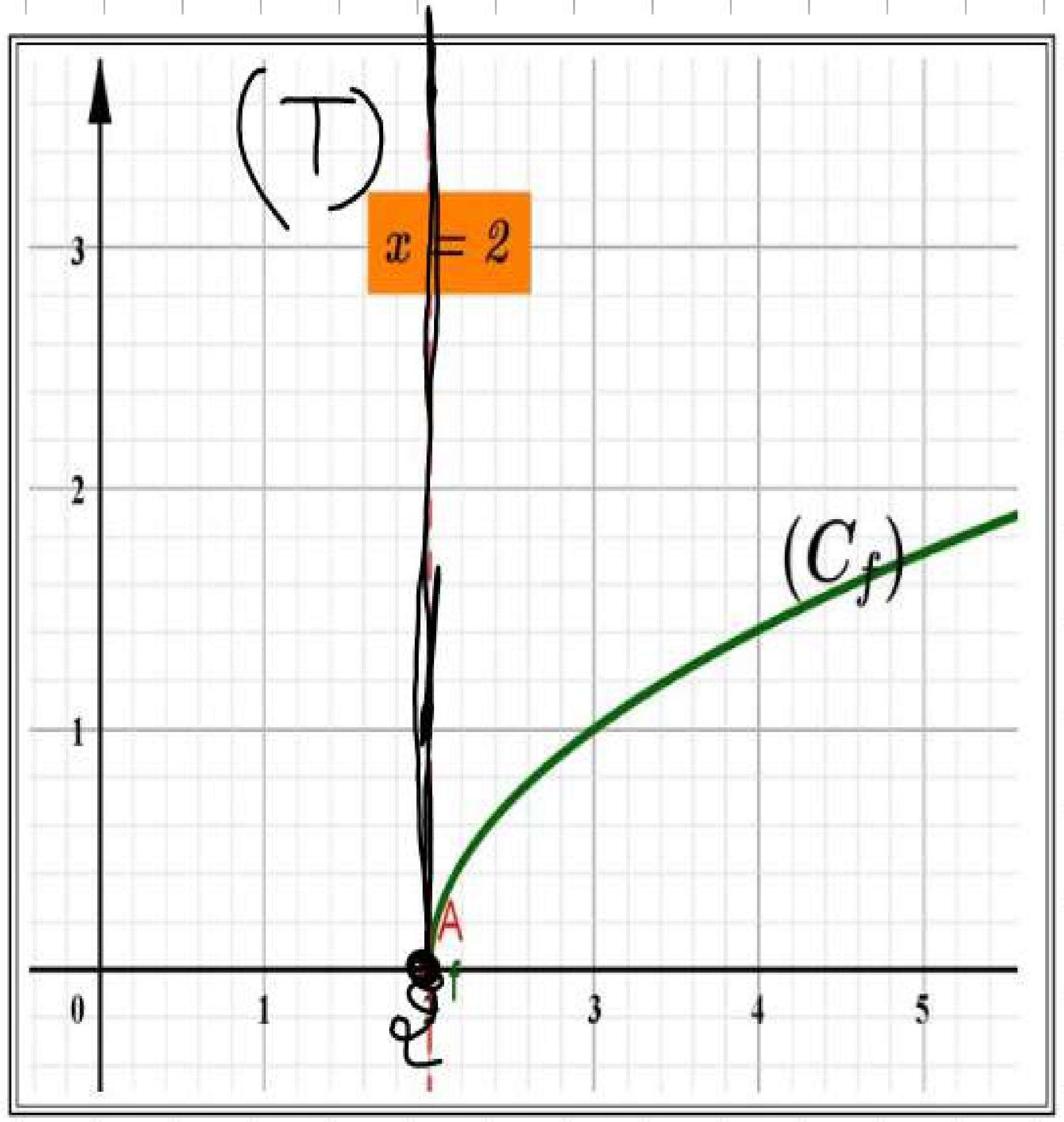
• معامل توجيه المماس عند x_0

$(T) : y = \underbrace{f'(x_0)}_{\text{المشتق}}(x - x_0) + \underbrace{f(x_0)}_{\text{الدالة}}$

قابليّة الإشتقاق عند عدد حقيقي $x = a$

أدرس قابلية إشتقاق الدالة f المُعرّفة على $]2;+\infty[$ بـ : $f(x) = \sqrt{x-2}$ عند $a = 2$ ، ثم فسّر النتائج .

$$f(2) = \sqrt{2-2} = \sqrt{0} = 0$$



$$1/ \lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - (2)}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x-2}}{x-2} \times \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2}}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(\sqrt{x-2})^2}{(x-2)\sqrt{x-2}} = \lim_{x \to 2} \frac{\cancel{x-2}}{\cancel{(x-2)}\sqrt{x-2}}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{1}{\boxed{\sqrt{x-2}}} \; 0^+$$

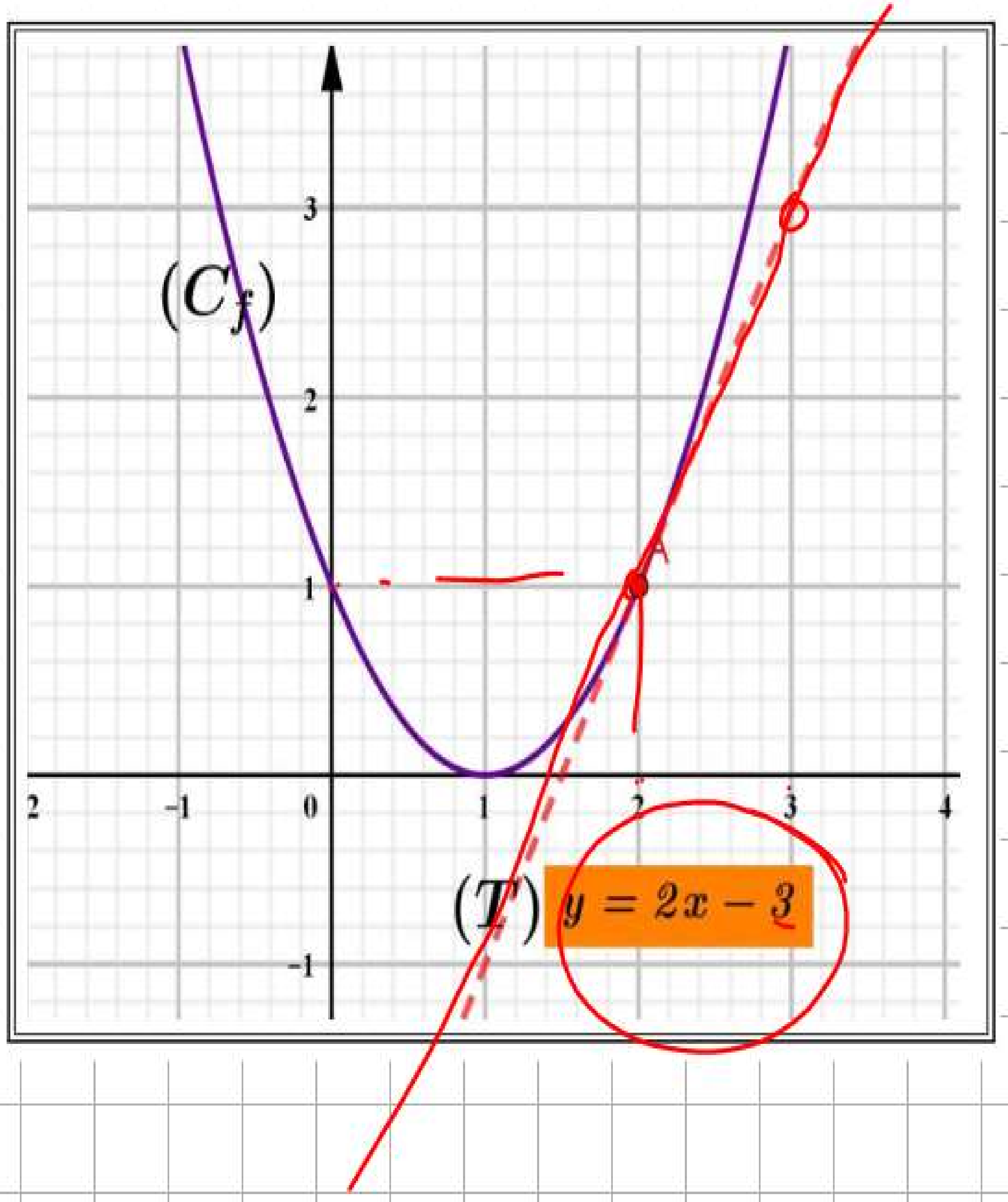
$$= +\infty \quad (\text{لا})$$

f غير قابلة للاشتقاق عند $x = 2$

(C_f) يقبل نصف مماس موازي (yy') يتجه نحو الأعلى عند $x = 2$

قابليّة الإشتقاق عند عدد حقيقي $x=a$

✍ أدرس قابلية إشتقاق الدالة f المُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2-2x+1$ عند $a=2$ ، ثم فسّر النتائج .



$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$

حساب :

$$f(2)=1$$

$$f(2+h)=(2+h)^2-2(2+h)+1$$

$$=4+h^2+4h-4-2h+1$$

$$=h^2+2h+1$$

إذن :

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h^2+2h}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h(h+2)}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}(h+2)$$

$$=\boxed{2}$$

$$y=f'(2)(x-2)+f(2)$$

$$=2(x-2)+1$$

$$\boxed{y=2x-3}$$

قابليّة الإشتقاق عند عدد حقيقي $x=a$

✍ أدرس قابلية إشتقاق الدالة f المُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\sqrt{x^2+2}$ عند $a=0$ ، ثم فسّر النتائج .

3/ $\lim\limits_{\boxed{h\to0}} \frac{f(0+h)-f(0)}{h}$

لدينا .

حسب

$f(0)=\sqrt{(0)^2+2}=\sqrt{2}$

$f(h)=\sqrt{h^2+2}$

ومنه ،

$\lim\limits_{h\to0}\frac{f(h)-f(0)}{h}$

$=\lim\limits_{h\to0}\frac{(\sqrt{h^2+2}-\sqrt{2})(\sqrt{h^2+2}+\sqrt{2})}{h(\sqrt{h^2+2}+\sqrt{2})}$

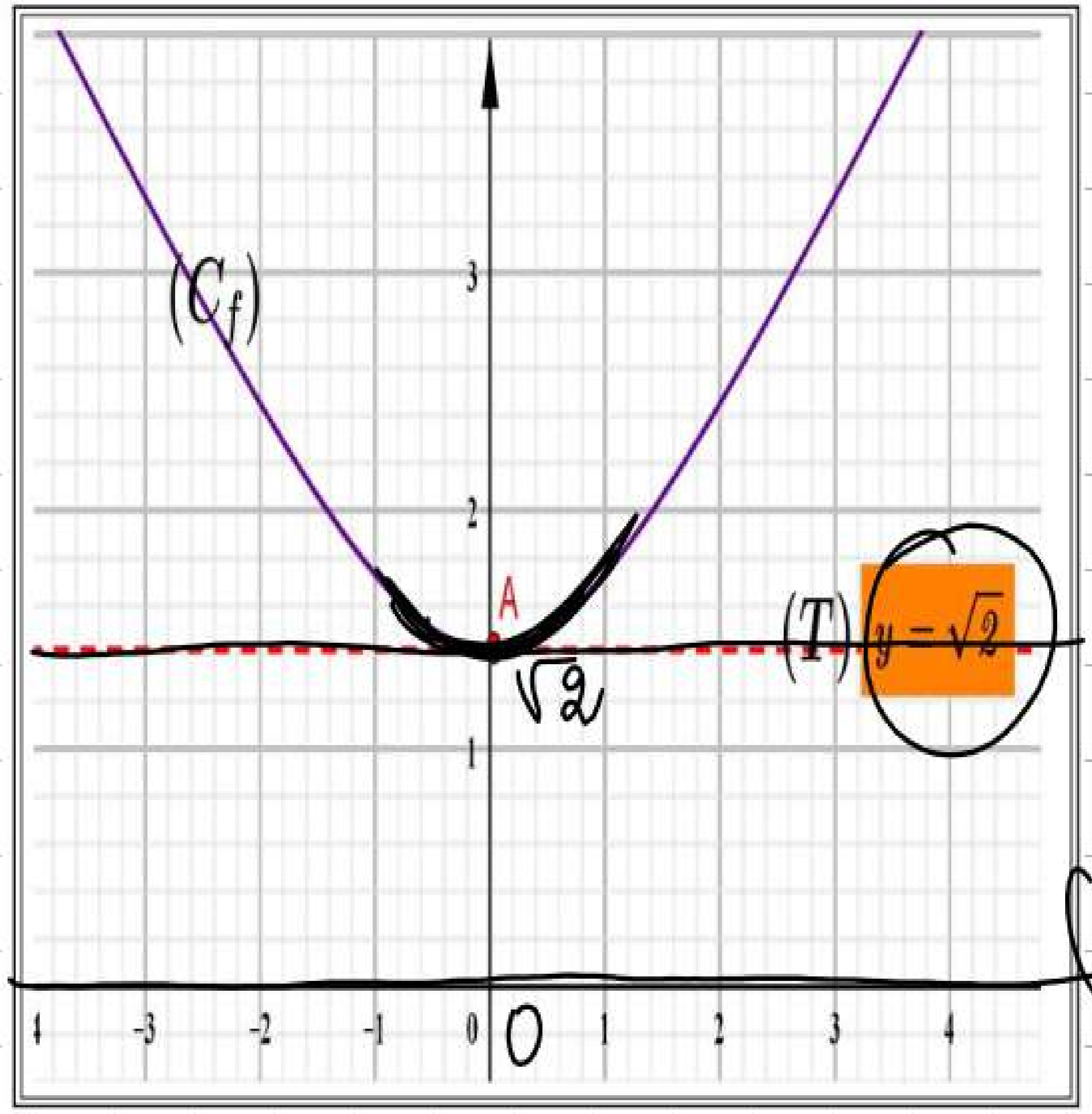
$=\lim\frac{(\sqrt{h^2+2})^2-(\sqrt{2})^2}{h[\sqrt{h^2+2}+\sqrt{2}]}$

$=\lim\frac{h^2}{\cancel{h}[\sqrt{h^2+2}+\sqrt{2}]}$

$=\lim\limits_{h\to0}\frac{h}{\sqrt{h^2+2}+\sqrt{2}}=\frac{0}{2\sqrt{2}}=0$

$y=0(x-0)+\sqrt{2}$

$\boxed{y=\sqrt{2}}$



$$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = 1$$

$(T_1): \boxed{y = x}$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = -1$$

$$y = f_g'(0)(x-0) + f_g(0)$$

(T_2) $\boxed{y = -x}$

نتيجة

$f_g'(0) \neq f_d'(0)$

اذن f غير قابلة للاشتقاق عند $x=0$

(C_f) يقبل نصف مماسين عند $x=0$

$A(0; f(0))$

$\boxed{A(0;0) \text{ نقطة زاوية}}$

قابليّة الإشتقاق عند عدد حقيقي $x = a$

أدرس قابلية إشتقاق الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 + |x|$ عند $a = 0$، ثم فسّر النتائج .

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$+x$		$-$	0	$+$	

$$|x| = \begin{cases} +x & x \in [0;+\infty[\\ -x & x \in]-\infty;0] \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + x & x \in [0;+\infty[\\ x^3 - x & x \in]-\infty;0] \end{cases}$$

$$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-(0)}$$

$$f'_d(0) = \lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{x^3+x}{x} = \lim \frac{x(x^2+1)}{x}$$

$$= \lim_{x \overset{>}{\to} 0} (x^2+1) = 1 = f'_d(0)$$

$$y = f'_d(0)(x-0) + f_d(0)$$

$$= 1x + 0 = x$$

$$\lim_{x \overset{<}{\to} 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0}$$

$$= \lim_{x \overset{<}{\to} 0} \frac{x^3-x}{x} = \lim_{x \to 0} (x^2-1)$$

$$= -1 = f'_g(0)$$