

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



المتتالية الهندسية

الاصول ثابت

* نقول ان (u_n) متتالية اذا $u_{n+1} = u_n \times q$

$u_2 = u_1 \times q$, $u_1 = u_0 \times q$ $u_0 \times$

$u_2 = u_0 \times q^2$, $u_2 = u_0 \times q \times q$

$u_3 = u_0 \times q^3$ ← $u_3 = u_2 \times q$

$u_n = u_0 \times q^n$

حاصل الأول U_1 :

$$U_2 = U_1 \times q$$

$$U_3 = U_2 \times q = U_1 \times q^2$$

$$U_n = U_1 \times q^{n-1}$$

بصفة عامة

$$U_n = U_p \times q^{(n-p)}$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



مفاتيح حل المسألة
 - مجموع حدود المتتالية من a إلى $a + (n-1)d$ هو $\frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$

$$S = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

$$\begin{aligned} (1-q)S &= (1-q)(V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n) \\ &= V_0 + \cancel{V_1} + \cancel{V_2} + \dots + \cancel{V_n} - (qV_0 + qV_1 + qV_2 + \dots + qV_n) \\ &= V_0 - qV_n \end{aligned}$$

$$(1-q)S = V_0 - qV_n$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$S = \frac{V_0 - qV_n}{1 - q}$$

$V_0 \times q^n$ (circled in red)

$V_0 \times q^{n+1}$ (written in red)

مدر الكور (written in green)

$$S = V_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

(circled in red)

$$S = V_0 \times \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

(circled in blue)

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





التمرين 16: أذكر إذا كانت المتتالية (u_n) متتالية هندسية في كل حالة وعين أساسها وحدها الأول

$$1) u_n = -5 \times 3^n \quad n=0$$

$$2) u_n = \frac{1}{2^n - 1} \quad \text{تبريد ص 0 لا}$$

$$3) u_n = \frac{4^n}{3^{n+1}} \quad \mu_0 = \frac{1}{3}$$

$$4) u_n = 3^{2n-1}$$

$$5) u_n = \frac{4^n}{6}$$

١١

$$6) u_n = -\frac{1}{2}n + 5^n$$

$$7) u_n = \sqrt{2^n}$$

$$8) u_n = \sqrt{2n}$$

$$9) 3u_{n+1} - 2u_n = 3, \quad u_0 = 1$$

$$10) 3u_{n+1} = u_n^2, \quad u_0 = -1$$

لحرفة من المتتالية هندسية أولاً

بحسب ثابتها
منه لا
 $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

تأكد
نفسياً
٢٥

$$2) u_n = \frac{1}{2^n - 1}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{1}{2^{n+1} - 1}}{\frac{1}{2^n - 1}} = \frac{2^n - 1}{2^{n+1} - 1}$$

نرى أننا نحصل على

$$u_2 = \frac{1}{2}$$

$$u_2 = \frac{1}{3}$$

$$u_3 = \frac{1}{7}$$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{u_3}{u_2} = \frac{1/7}{1/3} = \frac{3}{7}$$

$$1) u_n = -5 \times 3^n$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{-5 \times 3^{n+1}}{-5 \times 3^n} = 3$$

هذه (u_n) متتابعة هندسية

رأسها الأول $u_0 = -5$

$$u_n = u_0 \times 3^n = -5 \times 3^n$$

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{4}{3}$$

$$4^{n+1} = 4^n \times 4$$

$$3^{n+2} = 3 \times 3^{n+1}$$

وهذا هو (u_n) من حيث الأساس 4

$$u_0 = \frac{1}{3}$$

$$u_n = u_0 \times 9^n$$

$$\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_3}{u_2}$$

وهذا هو (u_n) من حيث الأساس 3

$$3) u_n = \frac{4^{n+1}}{3^{n+2}}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{4^{n+2}}{3^{n+3}} \div \frac{4^{n+1}}{3^{n+2}}$$

$$= \frac{\cancel{4^{n+1}} \times 4}{\cancel{3^{n+2}} \times 3} \times \frac{\cancel{3^{n+1}}}{\cancel{4^n}}$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt[2]{x^{n+1}}}{\sqrt[2]{x^n}}$$

$$= \sqrt{2} \text{ ثابت}$$

وهذا يعني أن النسبة ثابتة

$$u_n = \frac{1}{3} \times \left(\frac{4}{3}\right)^n$$

$$u_n = \frac{4^n}{3 \times 3^n} = \frac{4^n}{3^{n+1}}$$

$$7) u_n = \sqrt{2^n}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{2^{n+1}}}{\sqrt{2^n}}$$



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$u_0 = 3^{-1} = \frac{1}{3} \quad \text{أما الآخر}$$

$$u_n = u_0 \times 9^n$$

$$= \frac{1}{3} \times 9^n$$

$= \frac{1}{3} \times (3^2)^n$
 $= \frac{1}{3} \times 3^{2n}$
 $= 3^{2n-1}$

$$4) u_n = 3^{2n-1}$$

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3^{2(n+1)-1}}{3^{2n-1}}$$

$$= \frac{3^{2n+1}}{3^{2n-1}}$$

$$= \frac{3^{2n+1-1}}{3^{2n-1-1}}$$

$$= \frac{3^{2n}}{3^{2n-2}}$$

$$= 3^2$$

$$= 9$$

منذ البداية

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$u_{n+1} = f(u_n)$$

$$u_{n+1} = u_n^2 - 5$$

$$u_0 = 1$$

$$u_2 = 2 \times u_1 + 1$$

$$u_2 = 2 \times u_1 + 1$$

و
u₁ = 2 × u₀ + 1
و
u₀ = 1

$$3u_{n+1} - 2u_n = 3$$

$$u_{n+1} = 9 \times u_n$$

$$3u_{n+1} = 2u_n + 3$$

$$u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$$

بعض المسائل
مستوى

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$u_2 = \frac{19}{19}$$

$$u_3 =$$

$$\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_2}$$

التمرين 17: (u_n) متتالية هندسية أساسها q في كل

حالة عبر عن u_n بدلالة n .

$$\begin{aligned} 1) u_n &= u_0 \times q^n = -\frac{1}{4} \times 7^n \\ 2) u_n &= u_2 \times q^{n-2} = 3 \times 3^{n-2} = 3^n \\ 3) u_n &= u_0 \times q^n = \sqrt{2} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^n \end{aligned}$$

$$1) u_0 = -\frac{1}{4}; q = 7$$

$$2) u_1 = 3; q = 3$$

$$3) u_0 = \sqrt{2}; q = -\frac{1}{2}$$

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



ص.ب. م₃

$$M_5 = M_4 \times q$$

$$= 8 \times 2 = 16$$

(4) حساب M₀:

$$M_5 = q \times M_0$$

$$16 = \frac{1}{2} \times M_0$$

$$M_0 = \frac{-2 \times 16}{1} = -32$$

التمرين 17: متتالية هندسية أساسها q

(1) عبر عن u_n بدلالة n. حيث $u_0 = 3; q = 2$

(2) عبر عن u_n بدلالة n. حيث $u_0 = \frac{5}{2}; q = -3$

(3) أحسب u_3, u_5 حيث $u_4 = 8; q = 2$

(4) أحسب u_0, u_2 حيث $u_5 = 10; q = -\frac{1}{2}$

(3) حساب M₃:

$$M_4 = M_3 \times q$$

$$8 = M_3 \times 2$$

$$M_3 = \frac{8}{2} = 4$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$U_2 = U_0 \times q^2 \\ = -20 \times 2^2 = -80$$



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك





التمرين 18:

$$(u_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N}^* \text{ بـ } u_{n+1} = \frac{3(n+1)}{4n} u_n \text{ و } u_1 = \frac{3}{4}$$

$$u_1 = \frac{3}{4}$$

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N}^* بـ $v_n = \frac{u_n}{n}$

- (1) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية ثم عين حدها الأول وأساسها.
- (2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
- (3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (v_n) .
- (4) أثبت أنه ابتداء من رتبة n_0 تكون (u_n) رتيبة.

(5) أحسب المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ والجداء

$$P_n = v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n \text{ بدلالة } n.$$

(6) أحسب النهايات

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_n : \lim_{n \rightarrow \infty} S_n : \lim_{n \rightarrow \infty} v_n : \lim_{n \rightarrow \infty} u_n$$

$$v_n = \left(\frac{3}{4} \right)^n$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



وتع (Vn) هندسية أول

فصل و ص الأعداد

$$V_2 = \frac{u_1}{2} = \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

مكتبة Vn بـ 3 لـ n

بيان (Vn) أم ص 3

$$V_2 = \frac{3}{4}$$

$$V_n = V_1 \times \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

نينا آن (Vn) ص 3 لـ n
من أجل

$$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{u_{n+1}}{u_n}$$

$$= \frac{3(n+1)u_n}{4n} \times \frac{n}{u_n}$$

$$= \frac{3(n+1)u_n}{4n(n+1)} \times \frac{n}{u_n} = \frac{3}{4}$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



نبا $\frac{V_{n+1}}{V_n}$ و مقارنا بالواحد (2) 1

$$\frac{V_{n+1}}{V_n} = \frac{\binom{3}{4}^{n+1}}{\binom{3}{1}^n} = \frac{3}{4} < 1$$

دورة $V_{n+1} < V_n$ و $\frac{V_{n+1}}{V_n} < 1$

فيها (V_n) متناقصة و (V_n)

$n \in \mathbb{N} \Rightarrow \mu_n \sim \frac{1}{n}$

$$V_n = \frac{\mu_n}{n}$$

$$\mu_n = n \times V_n$$

$$\mu_n = n \times \binom{3}{1}^n$$

اتجاه تغير (V_n)

(V_n) متناقصة و (V_n)

$$(n+1) \binom{3}{4}^{n+1} \times \frac{3}{4} - n \binom{3}{4}^{n+1}$$

نينا ان (u_n) رتيبة ابتداءً
من رتيبة صغرية $n=1$

$$u_{n+1} - u_n = \binom{3}{4}^n \left[\frac{3-n}{4} \right]$$

$$u_{n+1} - u_n = (n+1) \binom{3}{4}^{n+1} - n \binom{3}{4}^{n+1}$$

$$\frac{3-1}{4} = \frac{1}{2} > 0 \quad n=1$$

$$\frac{3-2}{4} > 0 \quad n=2$$

$$\frac{3-3}{4} = 0 \quad n=3$$

$$\frac{3-4}{4} = -\frac{1}{4} < 0 \quad n=4$$

$$= \binom{3}{4} \left[\frac{(n+1) \times 3}{4} - \frac{n}{4} \right]$$

$$= \binom{3}{4} \left[\frac{3n+3-4n}{4} \right]$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك

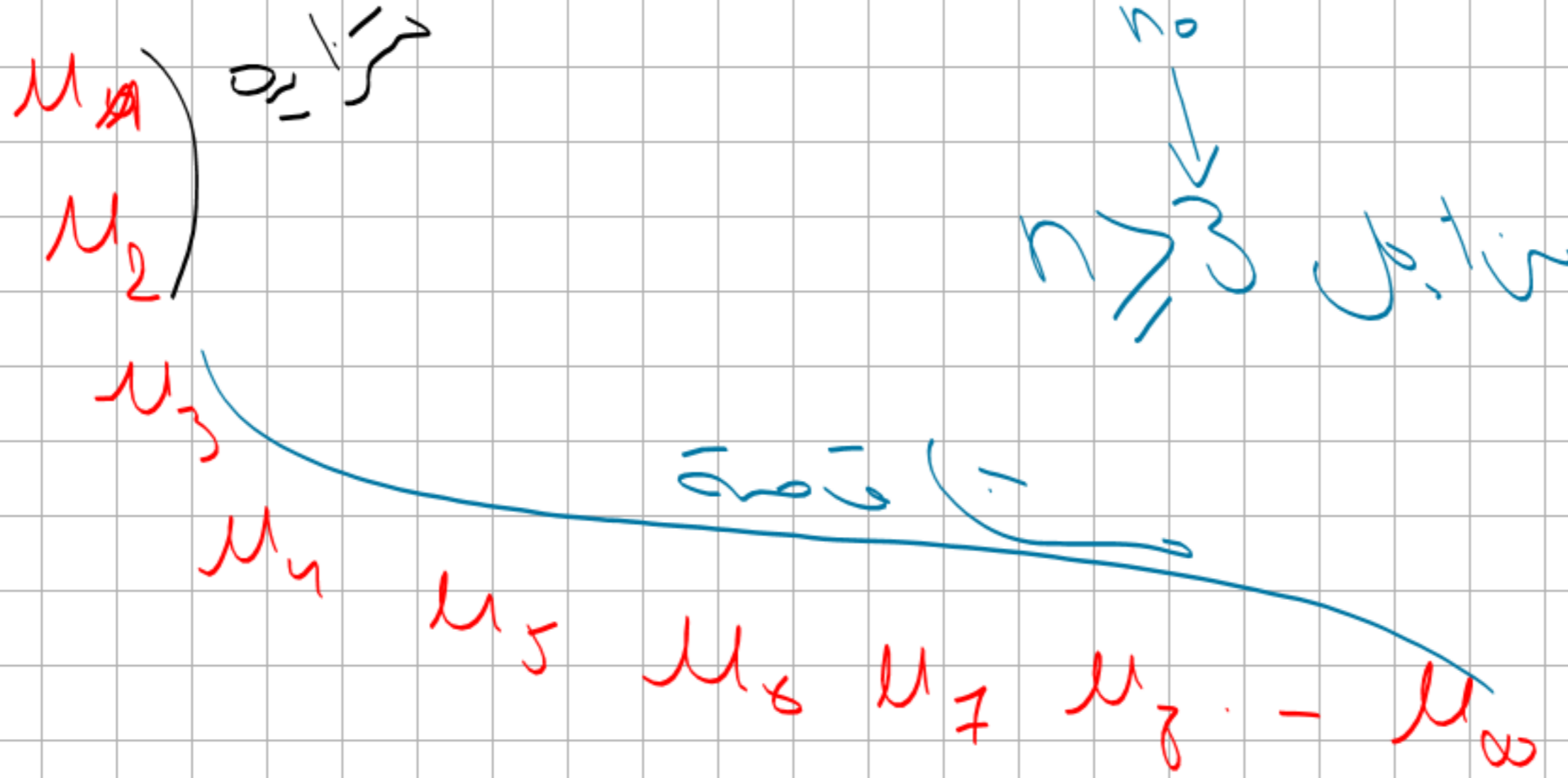


1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



u_0 u_2 $u_2 \dots$ $u_{10^{50}}$ u_{10^6+1} u_{10^6+2} \dots u_8

حركات

التتابع

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$S = \frac{3}{4} \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{1 - \frac{3}{4}}$$

$$S = \frac{3}{4} \times \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{\frac{1}{4}}$$

$$S = \frac{3}{4} \times (1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n) \times 4$$

$$S = 3 \left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right)$$

منح (رابطا) متلصقة (رابطا)

ابتداءة من 3

لان $n \geq 0$

من اجل 3

الاصح 3

$$S = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

$$S = V_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$P = v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \dots \times \begin{pmatrix} n \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$v_n = \begin{pmatrix} n \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+2+3+\dots+n \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

سلسلة حسابية
لحسابها صيغة
وهي $\frac{n(n+1)}{2}$

$$= \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

hip
= P

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$\begin{aligned}
 & \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{5} \right)^n = 0 \\
 & \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \right)^n = 0 \\
 & \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{5} \right)^n = 0 \\
 & \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3} \right)^n = 0
 \end{aligned}$$

انفاية q^n

$0 < q < 1 \rightarrow 0$
 $q = 1 \rightarrow 1$
 $q > 1 \rightarrow \infty$
 $q < -1 \rightarrow$ يتذبذب
 $q = 0 \rightarrow 0$

لا سادة

$$u_3 - u_2 \neq u_2 - u_1$$

$$\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1} \quad (\text{المتتالية})$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \text{الإسناد}$$

لتمرين 19:

(u_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} بـ $u_{n+1} = 2 - \frac{4}{u_n + 3}$ و

$$u_0 = -1$$

نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$

- (1) أحسب كل من $u_1; u_2; u_3$
- (2) أثبت أن المتتالية (u_n) لا حسابية ولا هندسية.
- (3) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية. ثم عين حدها الأول وأساسها.
- (4) عبر عن v_n بدلالة n .
- (5) أحسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

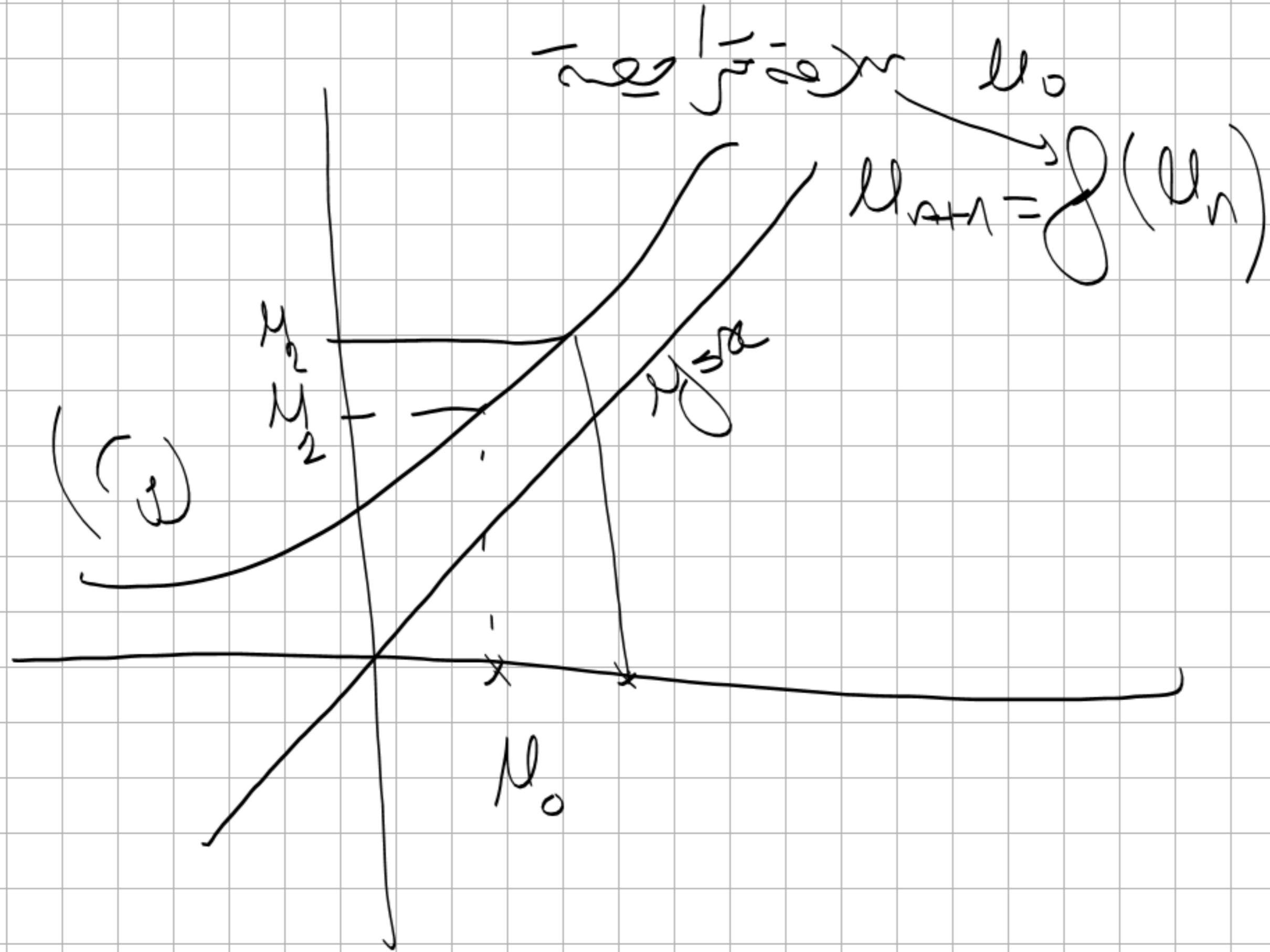
1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



التمرين الثالث (08ن):

في الشكل المرفق (أنظر الوثيقة المرفقة) (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0;5]$ بالعلاقة:

(النموذج الأول) $y=x$ ذو المعادلة $f(x)=\frac{4x-1}{x+2}$ و (d) مستقيم

I. (u_n) المتتالية العددية المعرفة كمايلي: $u_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

1. أ- مثل على حامل محور الفواصل الحدود التالية: u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها.

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)

2. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) علما أن $u_n > 1$

II. من أجل كل عدد طبيعي نضع: $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

1. أحسب v_0, v_1, v_2 . ما تخمينك حول طبيعة المتتالية؟

2. برهن أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{3}$.

3. أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

4. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$. ماذا تستنتج؟

5. أحسب المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$$u_{n+1} = \frac{4u_n - 1}{u_n + 2}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{4u_n - 1}{u_n + 2} - u_n$$

$$= \frac{4u_n - 1 - u_n^2 - 2u_n}{u_n + 2}$$

$$= \frac{-u_n^2 + 2u_n - 1}{u_n + 2} = -\frac{(u_n - 1)^2}{u_n + 2} < 0$$

