



### التمرين السادس:

$(u_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  بعدها العام  $u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

(1) أحسب  $u_1, u_2, u_3, u_4$

(2) عبر عن  $u_{n+1}$  بدلالة  $n$ .

(3) برهن أن  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n}{n+2}$  ثم استنتج اتجاه تغير

المتتالية  $(u_n)$ .

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



## التمرين السابع :

أذكر إذا كانت المتتالية  $(u_n)$  متتالية حسابية في كل حالة وعين أساسها و حدها الأول إذا كانت حسابية:

1)  $u_n = n$

2)  $u_n = 3n + 1$

3)  $u_n = \sqrt{n} + 1$

4)  $u_n = \frac{n-1}{n+1}$

5)  $u_n = \frac{1}{3}n + 1$

6)  $u_n = -4n - 5$

7)  $u_{n+1} = u_n + 2$

8)  $u_{n+1} = u_n - 3$

9)  $u_n = n^2 + 1$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





### التمرين الثامن:

نعتبر متتالية حسابية  $(u_n)$  في كل حالة.

(1)  $u_0 = -2; u_1 = 5$  أحسب  $q; u_{100}$ .

(2)  $u_0 = -1; u_{15} = 59$  أحسب  $q; u_{2007}$ .

(3)  $u_0 = 3; u_{200} = 503$  أحسب  $q; u_{100}$ .

(4)  $u_7 = -1; u_{24} = 33$  أحسب  $q; u_0$ .

(5)  $u_{17} = -33; q = -2$  أحسب  $u_0$ .

$$u_n = u_0 + nq = -2 + 7n$$

$$u_n = u_1 + (n-1)q = 5 + 7(n-1)$$

$$u_{100} = -2 + 7(100) = 698$$

$$u_{100} = 5 + 7(100-1)$$

$$= 5 + 7(99)$$

$$= 5 + 693$$

$$= 698$$

$$u_1 - u_0 = q = 7$$

$$5q = -1 + 15q$$

$$q = \frac{-1}{-10} = \frac{1}{10}$$

$$u_{15} = u_0 + 15q$$

ع ب 9

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$q = 4$$

$$U_n = U_0 + 4n$$

$$U_n = -1 + 4n$$

$$U_{2007} = -1 + 4(2007)$$
$$=$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





## التمرين التاسع :

نعتبر متتالية حسابية  $(u_n)$  حدها الأول  $u_0$  وأساسها  $q$

عبر عن  $u_n$  بدلالة  $n$  ثم عن  $u_{n+1}$  بدلالة  $u_n$  في كل حالة.

$$u_{n+1} = u_n + r$$

$$u_{n+1} = u_n + 3$$

$$u_n = u_0 + nr$$

$$u_n = 2 + 3n$$

العلاقة التراجعية

$$(1) \quad u_0 = 2; q = 3$$

$$(2) \quad u_0 = \sqrt{3}; q = \frac{1}{2}$$

$$(3) \quad u_0 = \frac{11}{3}; q = 10^{-3}$$

$$(4) \quad u_0 = 4; q = -6$$

$$(5) \quad u_0 = 0; q = -3$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك







**التمرين العاشر:** نعتبر متتالية حسابية  $(u_n)$  أساسها  $q$  عين في كل حالة من الحالات التالية قيمة العدد الطبيعي  $n$ .

$$(1) u_{15} = 32; q = -3; u_n = -82$$

$$(2) u_{10} = -64; u_5 = -14; u_n = -114$$

$$(3) u_6 + u_{24} = 138; u_{31} - u_{19} = 54; u_n = 60$$

$$u_{2007}$$

$$u_3$$

$$u_? = -82$$

$$u_n = 77 - 3n$$

$$u_n = -82 \text{ كـ}$$

$$-82 = 77 - 3n$$

$$-3n = -82 - 77$$

$$n = \frac{-159}{-3} = 53$$

$$u_n = u_{15} + (n-15)q$$

$$u_n = 32 + (n-15)(-3)$$

$$u_n = 32 - 3n + 45$$

$$\mu_{53} = -82$$

20

دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





## التمرين 11:

لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب:

$$u_{n+1} = \frac{4}{4-u_n}; u_0 = -1$$

ونعتبر المتتالية  $(v_n)$  حيث:  $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

(1) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية عين حدها الأول وأساسها.

(2) عبر عن الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$ .

(3) استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

بشكل مباشر  
بشكل غير مباشر  
 $u_2 + u_3 + \dots + u_n = ?$   
صغرت  
 $v_n$



حيث  $u_n$  (صحيحة)

$$u_{n+1} = \frac{4}{4-u_n}; u_0 = -1$$

ونعتبر المتتالية  $(v_n)$  حيث:  $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

في ملأ في  $n$  اضع  $n+1$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{u_{n+1} - 2} - \frac{1}{u_n - 2}$$

$$= \frac{1}{\frac{4}{4-u_n} - 2} - \frac{1}{u_n - 2} = \frac{1}{\frac{4 - 8 + 2u_n}{4 - u_n}} - \frac{1}{u_n - 2}$$

$$= \frac{4 - u_n}{-4 + 2u_n} - \frac{1}{u_n - 2}$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$V_{n+1} - V_n = \frac{4 - u_n}{2u_n - 4} - \frac{(1)^2}{(u_n - 2)^2}$$

$$= \frac{4 - u_n - 2}{2u_n - 4} = \frac{2 - u_n}{2(u_n - 2)}$$

في (u\_n) حاصل ضرب 1/2  
وهو حاصل التردد

$$= \frac{1}{2(u_n - 2)}$$

ثابتة = -1/2

$$V_0 = \frac{1}{10 - 2} = \frac{1}{-1 - 2} = -\frac{1}{3}$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



حل

$$V_{n+1} = V_n + r \sim$$

$$V_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}-2} = V_n$$

عبارته  $V_n$  بدلالة  $n$ :

مما أن  $(V_n)$  متساوية أساسها  $\frac{1}{2}$  و حدها  $\frac{1}{3}$

$$V_n = V_0 + nr$$

$$V_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}n$$

$$V_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}n$$

$$u_n = \text{صيفي } n$$

النتائج عبارة عن  $u_n$  بالجذر  $n$

$$\frac{1}{v_n} = u_{n-2} \quad \text{و} \quad v_n = \frac{1}{u_{n-2}} \quad \text{لأنها}$$

$$u_n = \frac{1}{v_n} + 2 \quad \text{و}$$

فقط من

$$u_n = \frac{1}{2-3n} + 2$$

$$u_n = \frac{6}{-2-3n} + 2 = 6 - 4$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$U_n = \frac{6 - 4 - 6n}{-2 - 3n} = \frac{2 - 6n}{-2 - 3n}$$

$$U_n = \frac{6n - 2}{3n + 2}$$

$$\frac{6x - 2}{3x + 2}$$

سؤال! من أين أتت  $U_n$  في  $S = U_0 + U_1 + \dots + U_n$  بالحل؟

$$S = U_0 + U_1 + \dots + U_n = (U_0 + U_n) \frac{(n+1)}{2}$$

$$= \left( \frac{-1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \dots - \frac{1}{3} \right) \frac{(n+1)}{2}$$

$$= \left( \frac{-1}{3} - \frac{n}{3} \right) \frac{(n+1)}{2}$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$S' = \frac{1}{\mu_0 - 2} + \frac{1}{\mu_1 - 2} + \dots + \frac{1}{\mu_n - 2}$$

$\mu_n = \frac{1}{\mu_n - 2}$  د س

$S' = V_0$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك





$$u_2 = 2 - \frac{2 + u_0}{2 + 2u_0}$$

$$= 2 - \frac{2 + (-1)}{2 + 2(-1)} = 2$$

$$u_2 = 1 - \frac{1 + u_n}{1 + 2u_n}$$

### التمرين التاسع :

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  حيث:  $u_0 = -1$ ;  $u_{n+1} = 1 - \frac{1+u_n}{1+2u_n}$

ولتكن المتتالية  $(v_n)$  حيث:  $v_n = \frac{1+u_n}{u_n}$

1- أحسب  $u_1, u_2, u_3, u_4$

2- أحسب  $v_1, v_2, v_3, v_4$

3- أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية عين حدها الأول

وأساسها.

4- عبر عن  $u_n$  ثم  $v_n$  بدلالة  $n$ .

5- استنتج نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



نريد أن نحاسب  $(V_n)$  حساباً

$$V_{n+1} - V_n = \frac{1+u_{n+1}}{u_{n+1}} - \frac{1+u_n}{u_n}$$

$$\rightarrow \frac{1 + \frac{u_n}{1+2u_n}}{u_n} - \frac{1+u_n}{u_n}$$

$$\frac{1+2u_n+u_n}{1+2u_n}$$

$$\frac{1+2u_n+u_n}{u_n} - \frac{1+u_n}{u_n}$$

$$u_{n+1} = 1 - \frac{1+u_n}{1+2u_n}; u_0 = -1;$$

$$v_n = \frac{1+u_n}{u_n}$$

$$u_{n+1} = \frac{1+2u_n-1-u_n}{1+2u_n}$$

$$= \frac{u_n}{1+2u_n}$$

$$= \frac{3u_n+1}{u_n} - \frac{1+u_n}{u_n}$$

حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك





ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$U_{n+1} - U_n = \frac{3U_{n+1} - 1 - U_n}{U_n}$$

$$= \frac{2U_n}{U_n} = 2$$

وتتمة (U<sub>n</sub>) حاصلة أيضا في جميعها لكل

$$U_0 = 0$$



$$V_n = V_0 + n r$$

$$V_n = 2n$$

مباردة  $V_n$  بالبرهانه  $n$

استنتاج مبارده  $V_n$  بالبرهانه  $n$

$$V_n \cdot U_n = 1 + U_n$$

$$U_n = \frac{1 + U_n}{V_n} \text{ ونه$$

$$V_n \cdot U_n - U_n = 1$$

$$U_n (V_n - 1) = 1$$

$$U_n = \frac{1}{V_n - 1}$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$u_n = \frac{1}{v_n - 1}$$

$u_n = \frac{1}{2n - 1}$

حساب النهاية  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



لذا اماننا

$Mn = l$

$n \rightarrow$

موجود هنيهة

تقول آن (Mn) متقاربة

و الا تقول آن متباعدة



**التمرين 15:** أذكر إذا كانت المتتالية  $(u_n)$  متتالية هندسية

في كل حالة وعين أساسها وحدها الأول

1)  $u_n = -5 \times 3^n$

2)  $u_n = \frac{1}{2^n - 1}$

3)  $u_n = \frac{4^n}{3^{n+1}}$

4)  $u_n = 3^{2n-1}$

5)  $u_n = \frac{4^n}{6}$

6)  $u_n = -\frac{1}{2}n + 5^n$

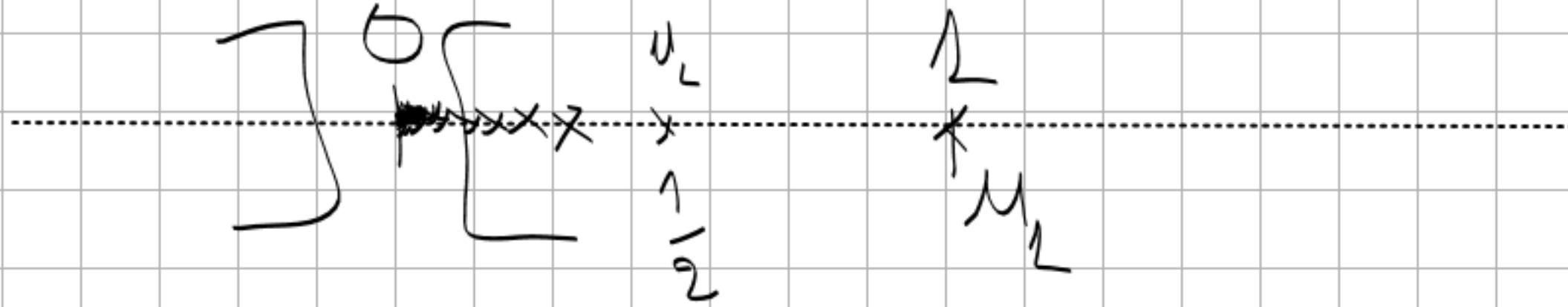
7)  $u_n = \sqrt{2^n}$

8)  $u_n = \sqrt{2n}$

9)  $3u_{n+1} - 2u_n = 3, u_0 = 1$

10)  $3u_{n+1} = u_n^2, u_0 = -1$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{r} = 0$$



دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك





1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





## التمرين 17:

$(u_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q$

1- عبر عن  $u_n$  بدلالة  $n$ . حيث  $u_0 = 3; q = 2$

2- عبر عن  $u_n$  بدلالة  $n$ . حيث  $u_0 = \frac{5}{2}; q = -3$

4) أحسب  $u_3, u_5$  حيث  $u_4 = 8; q = 2$

5) أحسب  $u_0, u_2$  حيث  $u_5 = 10; q = -\frac{1}{2}$



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





