$\frac{1}{\|\vec u\|}\begin{pmatrix}\sqrt5\\3\end{pmatrix}$

جد شعاعا طويلة 1 وعمودي على $\vec u\begin{pmatrix}3\\-\sqrt5\end{pmatrix}$

$\vec v\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$

$\vec u\cdot\vec v=0$

$\left(\frac{\sqrt5}{3}\right)^2 b^2+b^2=1$

$\|\vec v\|=\sqrt{a^2+b^2}=1$

$\vec v\perp\vec u$ ، $\vec u\cdot\vec v=0$

$$\begin{cases} a^2+b^2=1 \\ 3a-\sqrt5\, b=0 \end{cases}$$

$3a-\sqrt5 b=0$ و $a=\frac{\sqrt5}{3}b$

$\vec{u}\binom{3}{-5}$

أوجد شعاع $\vec{v}\binom{a}{b}$ ، $\|\vec{v}\| = 1$ و $\vec{v} \perp \vec{u}$

$\vec{v} \cdot \vec{u} = 0$

نربع الطرفين $a^2+b^2=1$

① $\|\vec{v}\| = \sqrt{a^2+b^2} = 1$

② $3a-5b=0$

من ② $a = \frac{5}{3}b$ نعوض في ①

$\left(\frac{5}{3}b\right)^2 + b^2 = 1$

$\frac{25}{9}b^2 + \frac{9b^2}{9} = 1$

$\frac{34b^2}{9} = 1$

$b^2 = \frac{9}{34}$

$\sqrt{b^2} = \sqrt{\frac{9}{34}} = \frac{3}{\sqrt{34}}$

$|b| = \frac{3}{\sqrt{34}}$

$\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-5\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$

$b = \frac{-3}{\sqrt{34}}$ أو $b = \frac{3}{\sqrt{34}}$

$a = \frac{5}{\cancel{3}} \times \left(\frac{-\cancel{3}}{\sqrt{34}}\right)$

$a = \frac{5}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\sqrt{34}} = \frac{5}{\sqrt{34}}$

$a = \frac{-5}{\sqrt{34}}$

$\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{-5}{\sqrt{34}}\\ \frac{-3}{\sqrt{34}}\end{pmatrix}$ أو $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{5}{\sqrt{34}}\\ \frac{3}{\sqrt{34}}\end{pmatrix}$

$\vec{v}$ $\vec{u}$ $\vec{v}$ $\vec{u}$

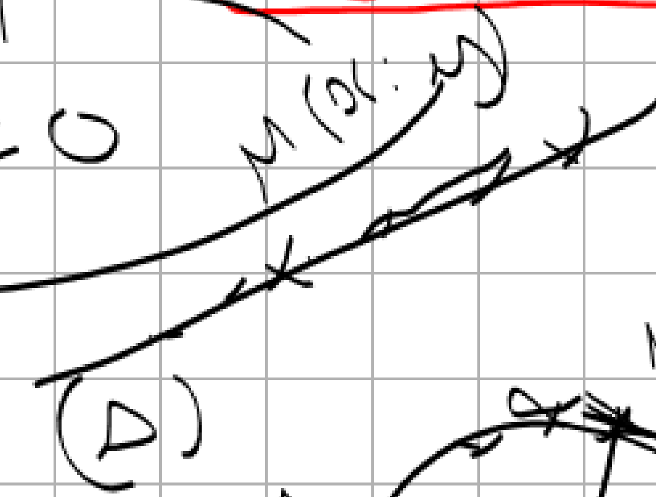
معادلة دائرة :

نعلم معادلة مستقيم

$$ax+by+c=0$$

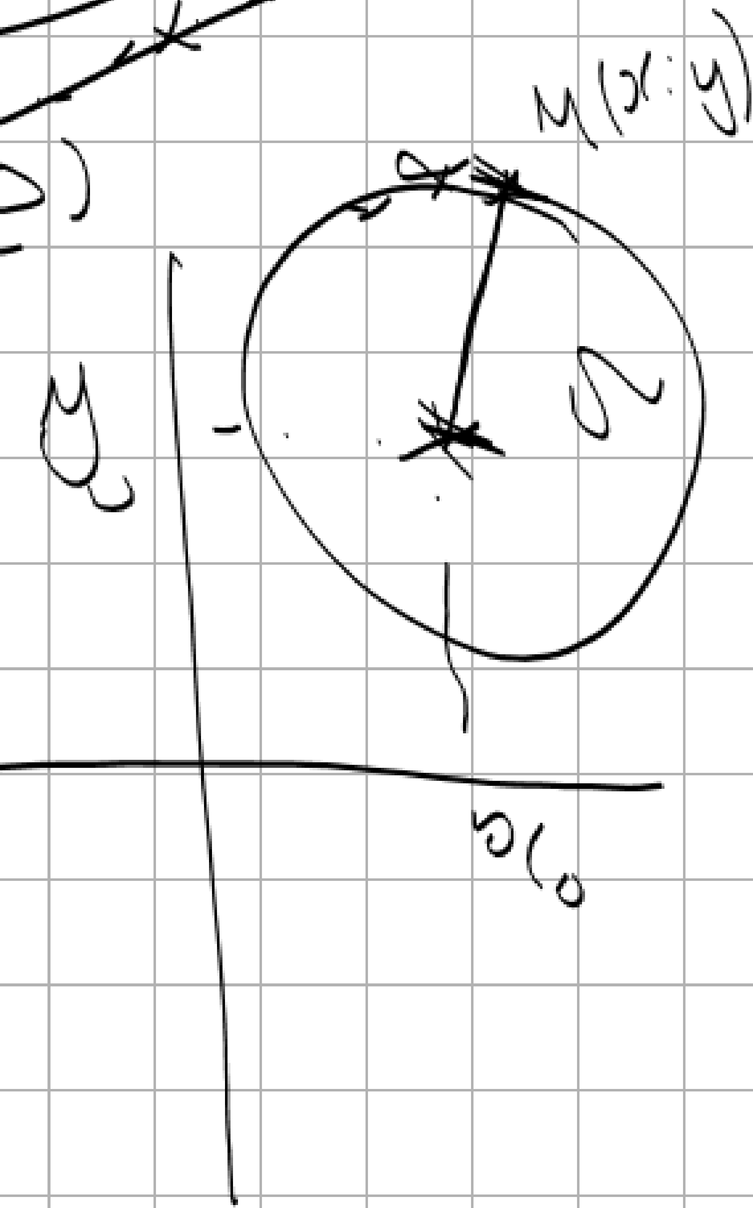
$(a,b)\neq(0,0)$ $a,b,c\in\mathbb{R}$

$$5x-4y+1=0$$



$\Omega(x_0,y_0)$

① الدائرة مجموعة نقط تبعد عن مركز Ω بمسافة قدرها r

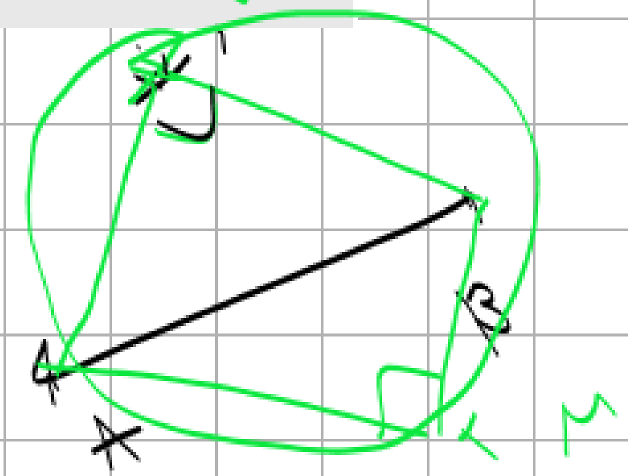


$$M\Omega=r$$

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$$

$M(x;y) \in (C)$

$\overrightarrow{MA} \perp \overrightarrow{MB}$



4

$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$

$\begin{pmatrix} x_A - x \\ y_A - y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_B - x \\ y_B - y \end{pmatrix} =$

32 المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن $x^2+y^2-6x+2y-15=0$ هي معادلة دائرة (B) يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها.

2) أ) تحقق من أن $A(0;3)$ نقطة من (B).

ب) عين معادلة ديكارتية للمستقيم (D) المماس لــ B في A .

3) لتكن $B(14;-3)$ ، نريد تعيين معادلتي المماسين D_1 و D_2 للدائرة (B) في A_1 و A_2 على الترتيب.

أ) برهن أن A_1 و A_2 نقطتان من الدائرة (B') التي قطرها $[B\Omega]$.

ب) عين معادلة للدائرة (B').

جــ) عين إحداثيات النقطتين A_1 و A_2 ثم المعادلات المطلوبة.

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$$

(1) يجب أن نكتب المعادلة على الشكل

نحل جملة معادلة

(B) :

(B') :

$x^2+y^2-6x+2y-15=0$

$x^2-6x+y^2+2y-15=0$

$\underbrace{x^2-2\times 3x+3^2}_{x_0=3}-3^2+\underbrace{y^2+2y\times 1+1^2}_{y_0}-1^2-15=0$

$(x-3)^2+(y+1)^2-9-1-15=0$

$(x-3)^2+(y-(-1))^2=25$

اذن المعادلة تمثل دائرة مركزها $\Omega(3;-1)$

و نصف قطرها $\sqrt{25}=5$

لدينا

$(x-x_0)^2=x^2-2xx_0+x_0^2$

$(y-y_0)^2=y^2-2yy_0+y_0^2$

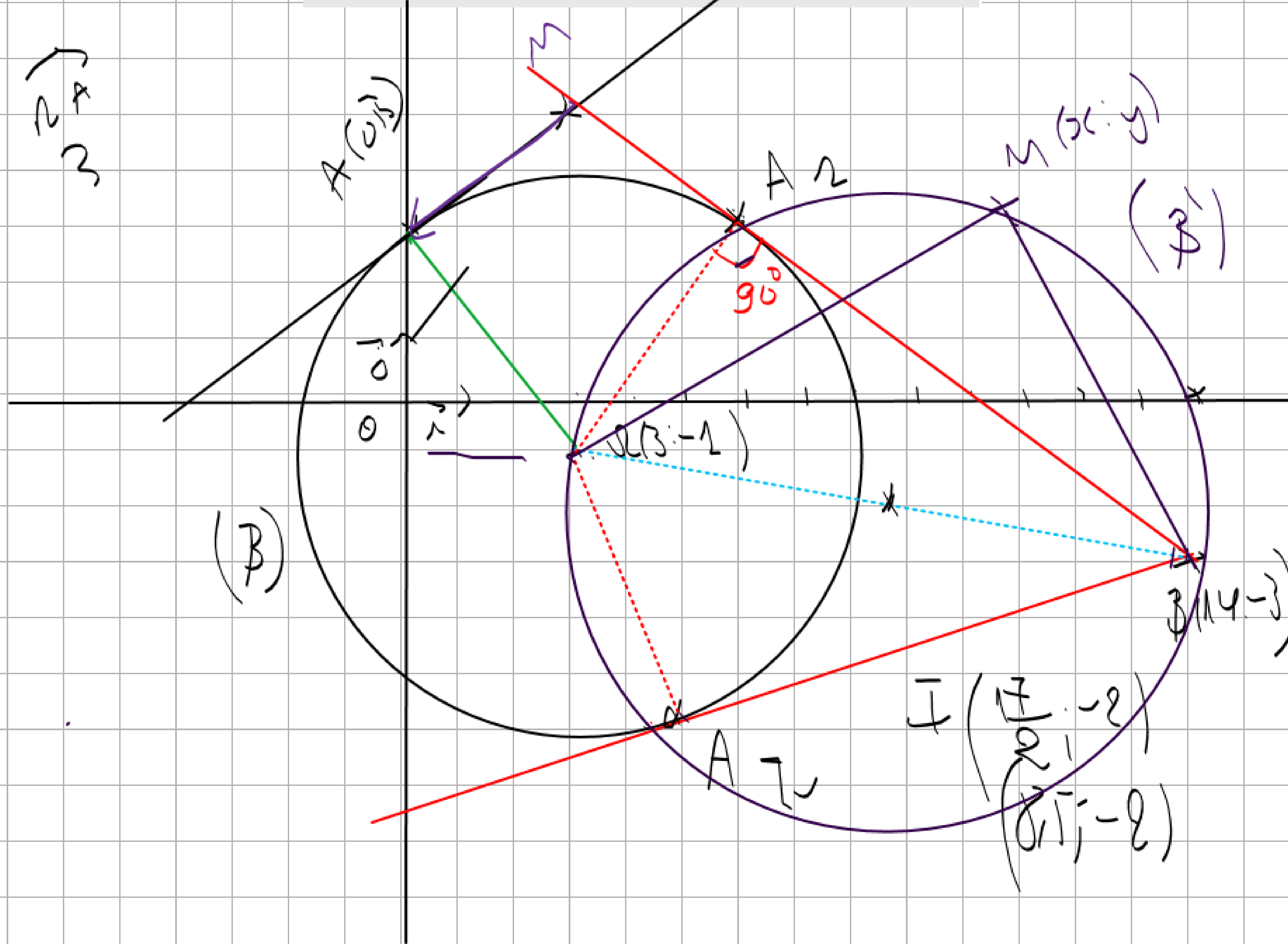
12) نتحقق أن $A(0;3)$ تنتمي الى الدائرة (C)

نعوض إحداثيات النقطة A في معادلة الدائرة (C)

$$(0-3)^2+(3+1)^2=3^2+4^2$$
$$=9+16=25$$

إذن A نقطة من الدائرة (C)

معادلة المستقيم (D) المماس لـ (C) في النقطة A


M
A(0;1)
A2
M(x;y)
90°
Ω(3;-1)
B(14;-3)
A1
I(17/2;-2)

الشعاع $\overrightarrow{\Omega A}$ شعاع ناظمي لـ (D)

$M(x;y)$ نقطة من (D) يكون $\overrightarrow{\Omega A} \perp \overrightarrow{AM}$

$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{\Omega A} = 0$

$\overrightarrow{\Omega A}\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ $\quad$ $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x \\ y-3 \end{pmatrix}$

$-3x+4(y-3)=0$

$\boxed{-3x+4y-12=0}$

$(A_1\Omega) \perp (d_1)$ في A_1 فيكون المثلث $A_2B\Omega$ قائم

لأن A_1 و A_2 منه تنتمي إلى الدائرة المحيطة بالمثلث

القائم الذي قطره $[\Omega B]$

نفس البرهان لـ A_2

معادلة الدائرة (β') : $M(x;y) \in (\beta')$ يكون $\vec{\Omega M} \perp \vec{BM}$

$\vec{\Omega M}\begin{pmatrix} x-14 \\ y+3 \end{pmatrix}$ $\vec{BM}\begin{pmatrix} x-3 \\ y+1 \end{pmatrix}$

$(x-14)(x-3)+(y+1)(y+3)=0$

$x-$

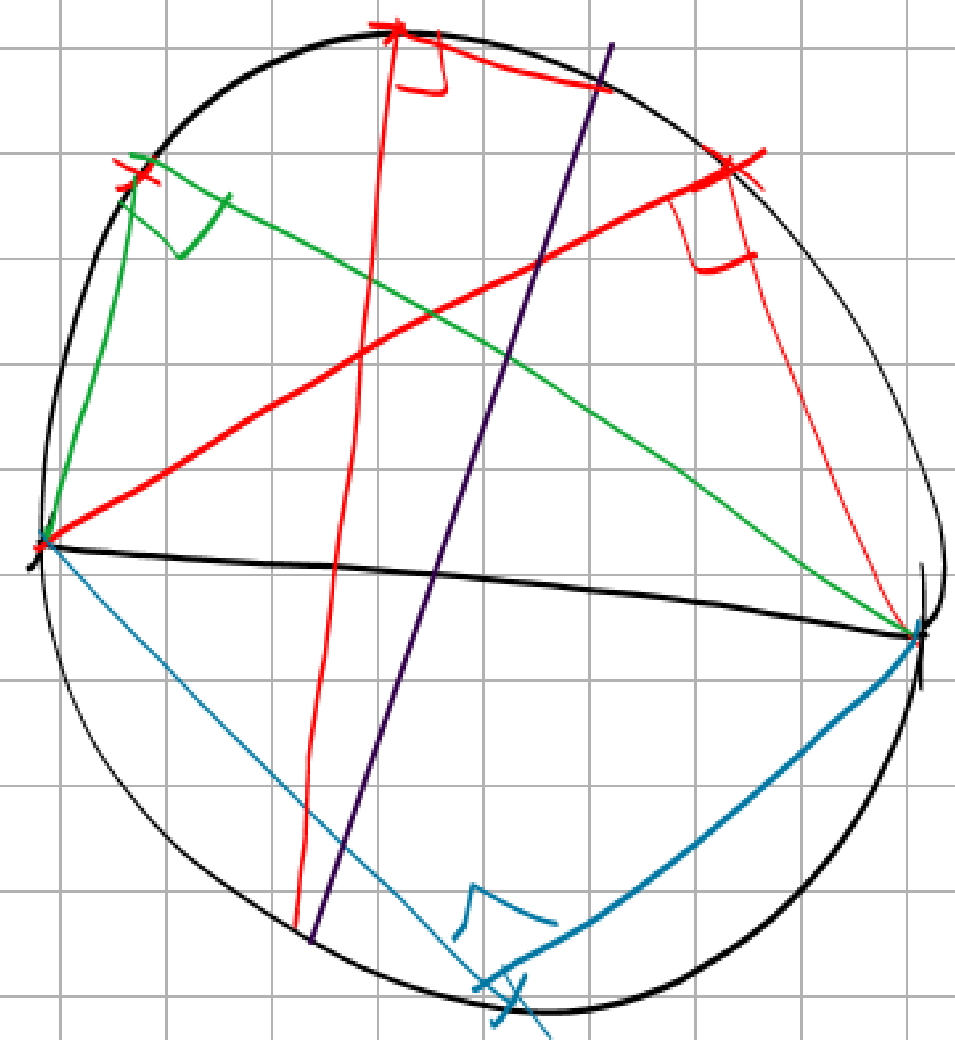
$$x^2-3x-14x+42+y^2+4y+3=0$$

$$x^2-17x+y^2+4y+45=0$$

$$\left(x^2-2\times\frac{17}{2}x+\left(\frac{17}{2}\right)^2-\left(\frac{17}{2}\right)^2+y^2+2\times2y+2^2-2^2+45=0\right.$$

$$\left(x-\frac{17}{2}\right)^2+\left(y+2\right)^2=\left(\frac{17}{2}\right)^2-45+4$$

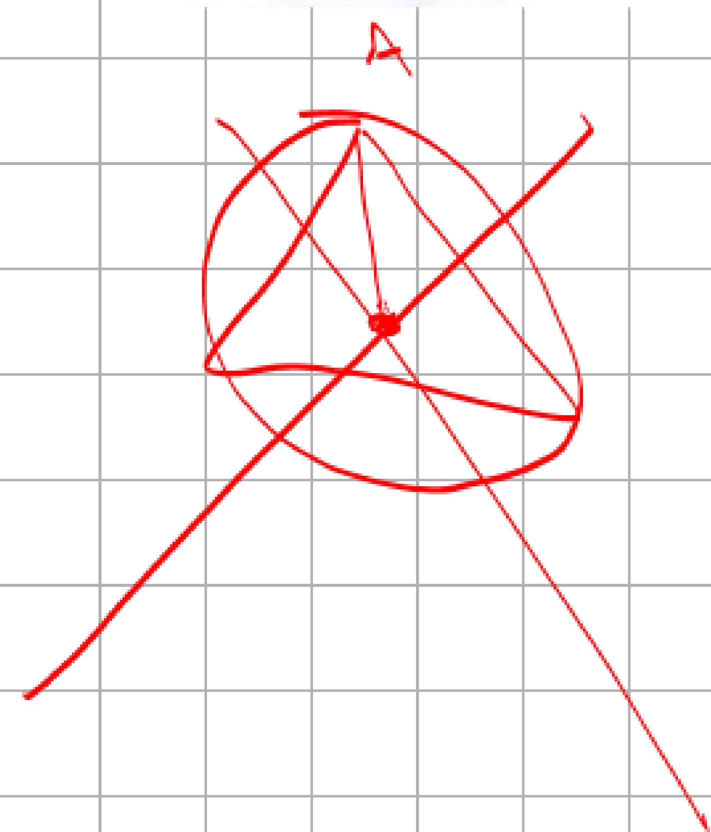
$$=$$



33 المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ ، نعتبر النقط $A(0;-1)$ ، $B(3;4)$ و $C(2;-5)$.

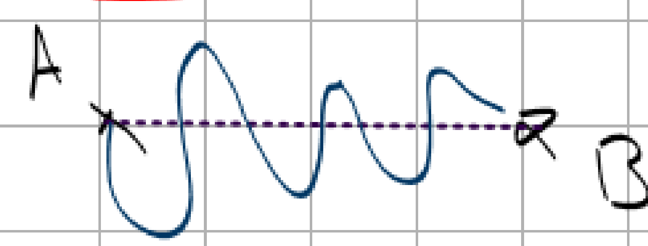
1) عين معادلة لكل من محوري القطعتين $[AC]$ و $[AB]$.

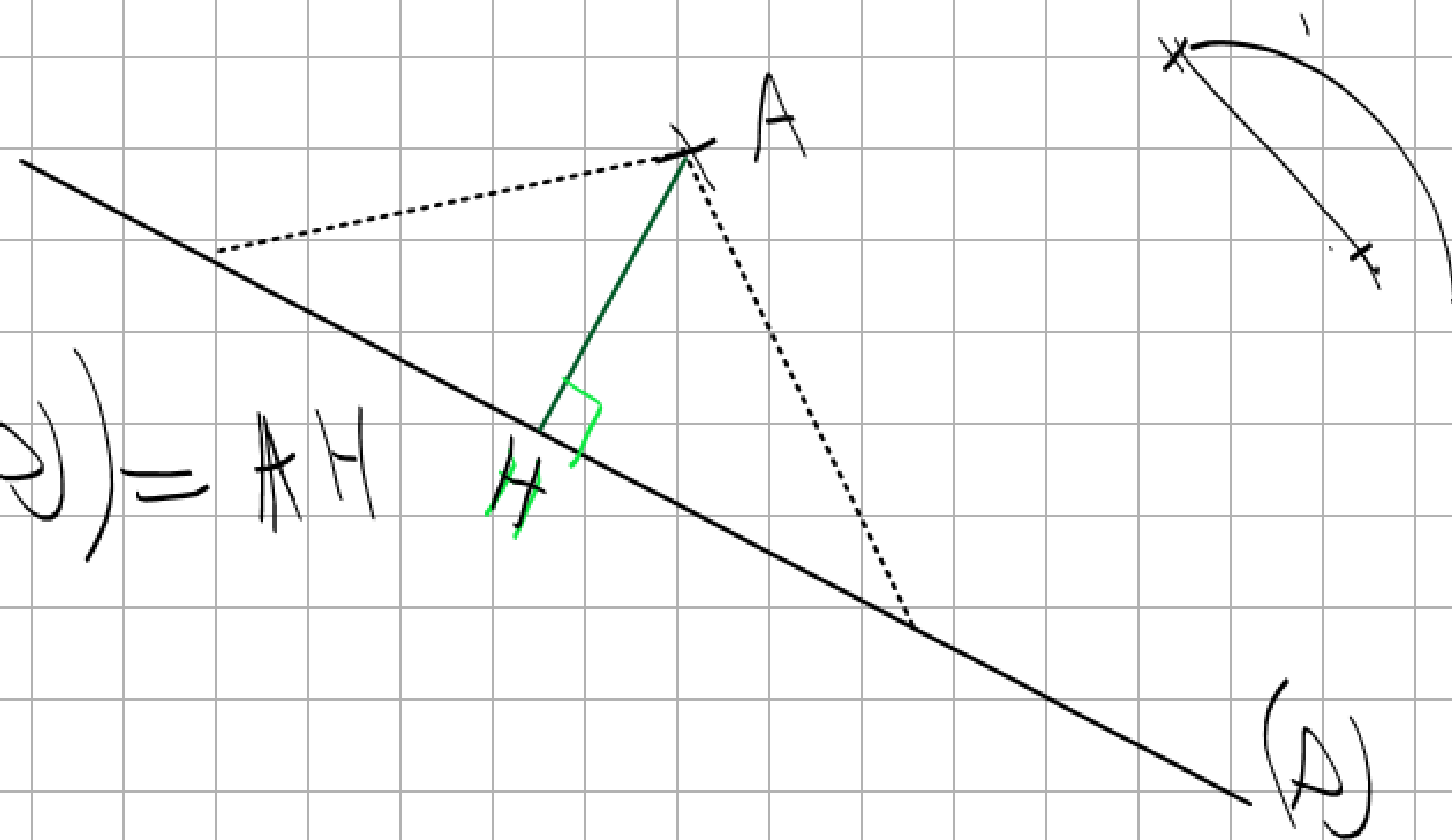
2) استنتج معادلة للدائرة المحيطة بالمثلث ABC .



المسافة بين نقطة ومستقيم :

$$d(A,B) = AB$$





$$d(A,(\Delta)) = AH$$

$$(\Delta): \ ax + by + c = 0$$

$$A(x_0 ; y_0)$$

$$d(A,(\Delta)) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

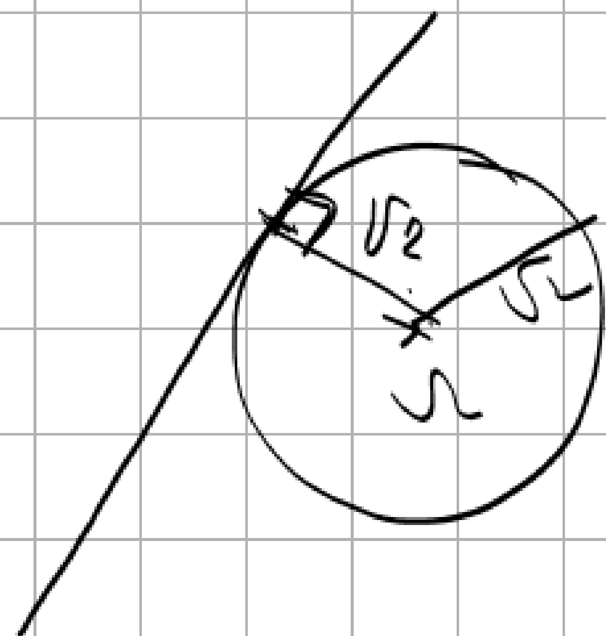
34 في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، نعتبر الدائرة (C) التي معادلتها $x^2+y^2-2x-2y=0$

1) حدد المركز Ω و نصف القطر r للدائرة (C) .

2) ليكن المستقيم (D) ذا المعادلة $x-y-2=0$.

- احسب مسافة النقطة Ω عن المستقيم (D) .

- استنتج أن المستقيم (D) مماس للدائرة (C) ، ثم حدد نقطة التماس.



$a=1$, $b=-1$, $c=-2$

مركز نصف قطر الدائرة

$x^2-2x+y^2-2y=0$

$x^2-2\times x\times 1+1-1+y^2-2\times y\times 1+1-1=0$

$(x-1)^2+(y-1)^2=2$

$\Omega(1;1)$

$r=\sqrt{2}$

المسافة بين (D) و Ω

$$d(\Omega,(D)) = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$= \frac{|\cancel{1}-\cancel{1}-2|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \frac{|-2|}{\sqrt{1+1}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}}$$

$$= \sqrt{2}$$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البيض — ثانوية حيدو الحاج علي الشلالة

المستوى: 2ع.ت — التاريخ: 2022/05/07

فرض الفصل الثالث في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل

1. إذا كان $\vec{AC}=-\frac{1}{2}\vec{BA}$ ، فإن النقطة C هي صورة B بتحاكي مركزه A ونسبته $\frac{1}{2}$.
2. A ، B ، C ثلاث نقط من المستوي حيث $2\vec{AC}=3\vec{BC}$ نسبة التحاكي الذي مركزه A و يحول B إلى C هي $k=-3$
3. إذا كانت النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,-2);(B,1)\}$ فإن B هي صورة A بتحاكي مركزه G ونسبته -2 .
4. صورة الدائرة (C) ذات نصف القطر $r=2cm$ بتحاكي نسبته -3 هي دائرة (C') مساحتها $36\pi cm^2$.
5. إذا كان قيس الزاوية الموجهة $(\vec{u},\vec{v})=-\frac{2\pi}{3}$ فإن: $(\vec{v},\vec{u})=-\frac{2\pi}{3}$

التمرين الثاني:

معلم متعامد ومتجانس للمستوي $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، A ، B ، C ثلاث نقط حيث: $A(1,3)$ ، $B(2,-1)$ و $C(5,-2)$

1. أحسب الجداء السلمي $\vec{AB}\cdot\vec{AC}$.
2. أحسب كلا من الطولين AB و AC ثم استنتج قيمة الزاوية $B\hat{A}C$ مدورة إلى الوحدة.
3. عين معادلة الارتفاع (Δ)المار من B.
4. أحسب المسافة بين $D(2,3)$ والمستقيم (Δ).
5. (C) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق: $x^2+y^2-6x+2y+5=0$
   - أ- أثبت أن (C) دائرة يطلب تعيين مركزها w ونصف قطرها.
   - ب- أثبت أن النقط $E(1,-2)$ تنتمي إلى الدائرة (C).
   - ج- أكتب معادلة المماس (T) للدائرة (C)في النقطة E.

مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق

$\overrightarrow{AC}\overset{?}{=}-3\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$

$\frac{1}{2}$

التمرين الأول:

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل

1. إذا كان $\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ ، فإن النقطة C هي صورة B بتحاكي مركزه A ونسبته $\frac{1}{2}$.
2. A ، B ، C ثلاث نقط من المستوي حيث $2\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{BC}$ نسبة التحاكي الذي مركزه A و يحول B إلى C هي $k=-3$
3. إذا كانت النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;-2);(B;1)\}$ فإن B هي صورة A بتحاكي مركزه G ونسبته -2 .
4. صورة الدائرة (C) ذات نصف القطر $r=2cm$ بتحاكي نسبته -3 هي دائرة (C') مساحتها $36\pi cm^2$.
5. إ ذا كان قيس الزاوية الموجهة $(\vec{u},\vec{v})=\frac{2\pi}{3}$ فإن: $(\vec{v},\vec{u})=\frac{2\pi}{3}$

$\overrightarrow{GB}\overset{?}{=}-2\overrightarrow{GA}$

الحل ① لدينا $\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ ومنه $\overrightarrow{AC}=+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

ومنه C هي صورة B بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته $\frac{1}{2}$

ومنه صحيح

(2) لدينا $2\vec{AC} = 3\vec{BC}$

لدينا $2\vec{AC} = 3\vec{BA} + 3\vec{AC}$

$-\vec{AC} = 3\vec{BA}$

$-\vec{AC} = -3\vec{AB}$

$\vec{AC} = 3\vec{AB}$ ومنه C صورة B بالتحاكي

الذي مركزه A ونسبته 3

وهو (2) حالة خاصة

③ G مرجح الجملة $\{(A;-2),(B;1)\}$ كحساب

$$-2\vec{GA}+\vec{GB}=\vec{0}$$

$$\vec{GB}=2\vec{GA}$$

B هي صورة A بالتحاكي الذي مركزه G ونسبته 2

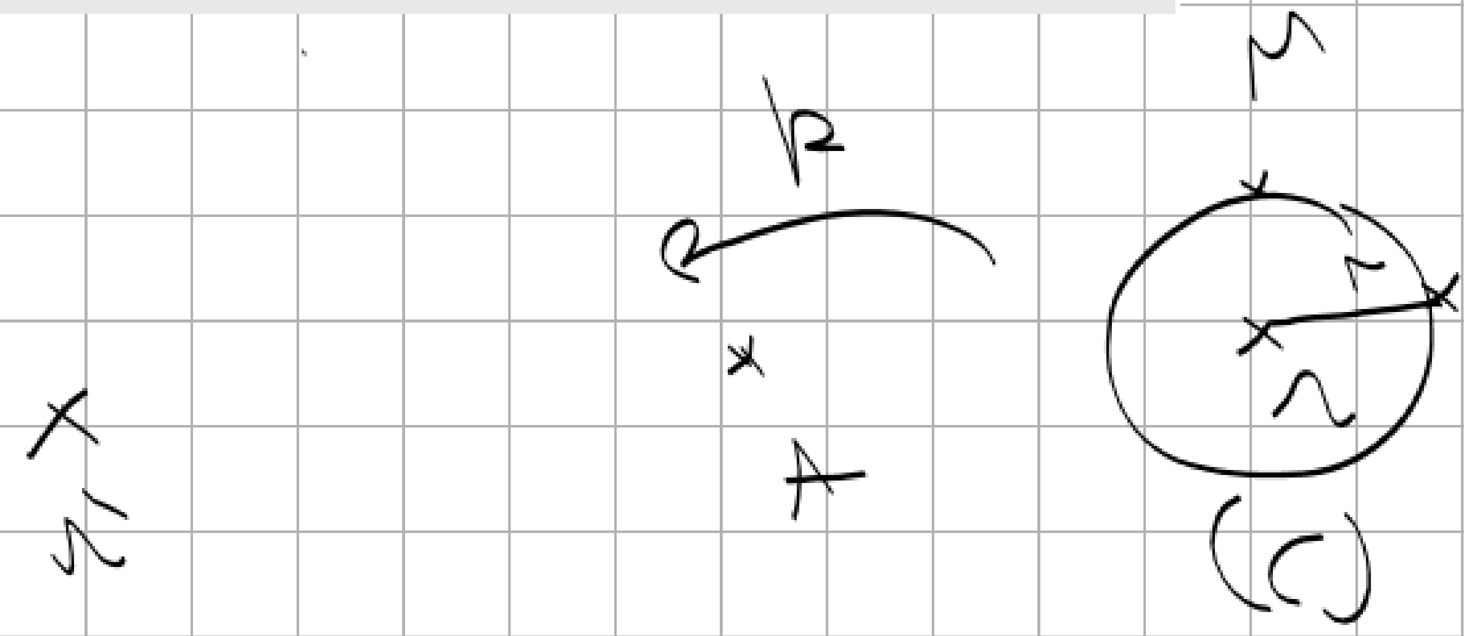
ومنه ③ محققة

④ مساحة الدائرة (C)

$$S_{(C)}=R^2\pi=4\pi\,cm^2$$

$$S_{(C')}=k^2 S_{(C)}=3^2\times4\pi\,cm^2=36\pi\,cm^2$$

ومنه ④ صحيحة



$$R_{(C')} = |k|\, R_{(C)}$$

$$= 3\times 2 = 6$$

$$R_{(C)} = 2$$

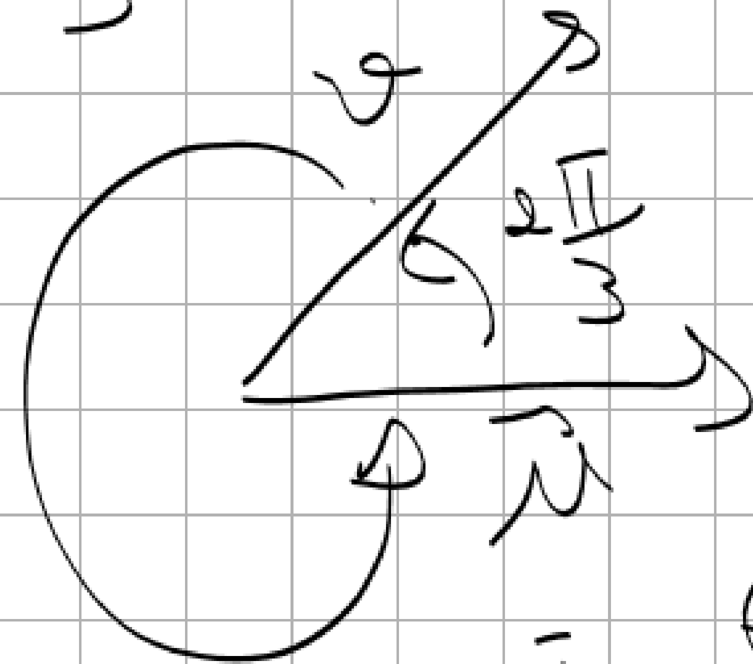
$$S_{(C')} = R_{(C')}^2 \times \pi = 6^2 \times \pi = 36\pi\ cm^2$$

د

$$(\vec{ش}, \vec{ع}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$(\vec{ع}, \vec{ش}) = -\frac{2\pi}{3}$$

حالة



$$2\pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{6\pi - 2\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

~~القيس الرئيسي~~

$$-\frac{2\pi}{3}$$

التمرين الثاني:

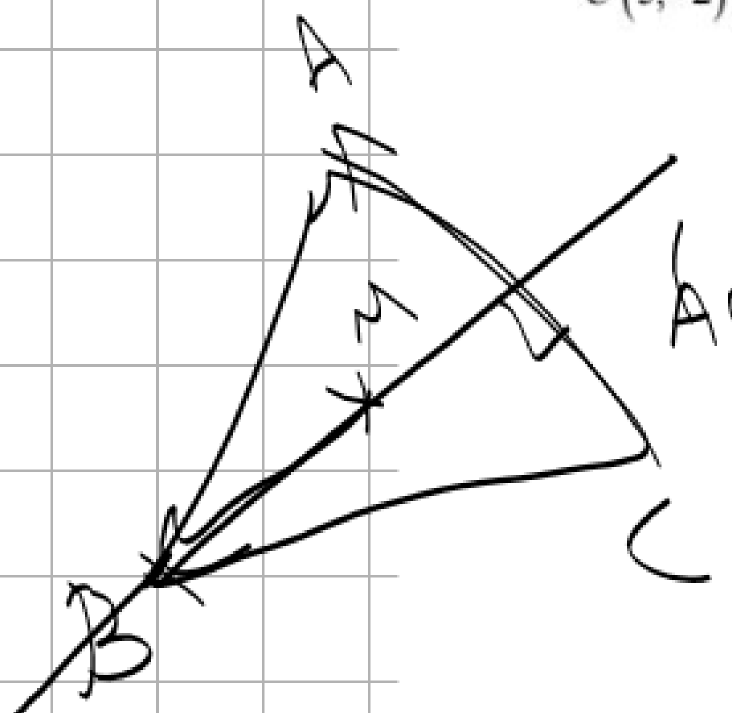
معلم متعامد ومتجانس للمستوي $(o;\vec{i};\vec{j})$ ، A، B، C ثلاث نقط حيث: $A(1,3)$، $B(2,-1)$ و $C(5,-2)$

1. أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.
2. أحسب كلا من الطولين AB و AC ثم استنتج قيمة الزاوية $B\hat{A}C$ مدورة إلى الوحدة.
3. عين معادلة الارتفاع (Δ) المار من B. مستقيم يشمل B و عموديا على AC
4. أحسب المسافة بين $D(2,3)$ والمستقيم (Δ).
5. (C) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي التي تحقق: $x^2+y^2-6x+2y+5=0$

أ- أثبت أن (C) دائرة يطلب تعيين مركزها w ونصف قطرها.

ب- أثبت أن النقط $E(1,-2)$ تنتمي إلى الدائرة (C).

ج- أكتب معادلة المماس (T) للدائرة (C) في النقطة E.



$\vec{ME} \perp \vec{wE}$

معلم متعامد ومتجانس للمستوي $(o;\vec{i};\vec{j})$ ، A، B، C ثلاث نقط حيث: $A(1,3)$، $B(2,-1)$ و $C(5,-2)$

1. أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.
2. أحسب كلا من الطولين AB و AC ثم استنتج قيمة الزاوية $B\hat{A}C$ مدورة إلى الوحدة.
3. عين معادلة الارتفاع (Δ) المار من B.

1 الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4\\-5\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 1\times4+(-4)\times(-5)$

$= 4+20$

$= 24$

الصحيح

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{1^2+(-4)^2} = \sqrt{17}$

$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{4^2+(-5)^2} = \sqrt{41}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \|\overrightarrow{AB}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \cos(\hat{ABC})$

$= \sqrt{17} \times \sqrt{41} \cos(\hat{ABC})$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24$ ومن جهة أخرى

$\cos(\hat{ABC}) = \dfrac{24}{\sqrt{17} \times \sqrt{41}}$ ومنه