

$$f(x_1) < f(x_2) \Rightarrow x_1 < x_2$$

$$h = f \circ g$$

تطبيقات الاشتقاقية

تحديد اتجاه تغير دالة:

دالة معرفة على D_f



f دالة معرفة على D_f و I مجال من D_f :

إشارة المشتقة	اتجاه التغير
$f'(x)$ موجبة تماما على I وهذا نعلمه أنه يتبع المنحرفة	f متزايدة تماما على I
$f'(x)$ سالبة تماما على I	f متناقصة تماما على I
$f'(x)$ معدومة تماما على I	f ثابتة على I

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



معرفة القيم الحدية المحلية للدالة:

محلليا: بجوار a

• إذا انعدمت المشتقة f' عند قيمة a من I مغيرة إشارتها فإن f تقبل قيمة حدية

عند النقطة $(a; f(a))$

• إذا كانت f' موجبة ثم انعدمت ثم سالبة فإن f تقبل قيمة حدية كبرى و إذا

العكس فهي تقبل قيمة حدية صغرى

• إذا انعدمت المشتقة f' عند قيمة a من I فإن f تقبل مماسا موازيا لحامل محور

الفواصل عند النقطة $(a; f(a))$.

$$f(x) = x^3$$
$$f'(x) = 3x^2$$



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





نقطة الانعطاف: $A(0; f(0))$

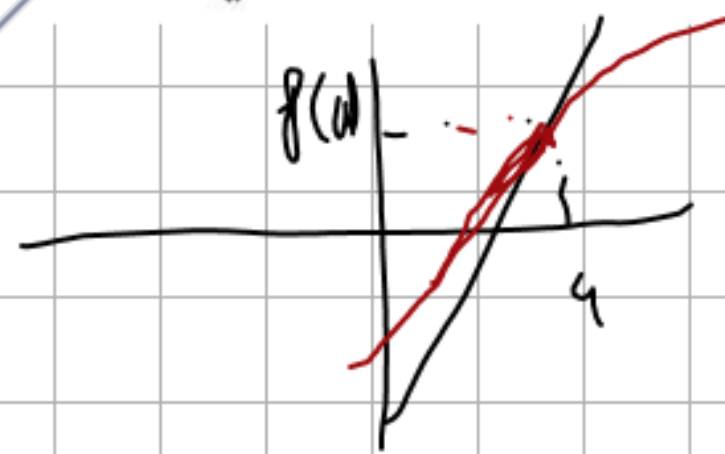
① إذا انعدمت المشتقة الأولى f' عند قيمة a من I و لا تغير إشارتها فإن f تقبل نقطة

انعطاف عند النقطة $(a; f(a))$.

② إذا انعدمت المشتقة الثانية عند قيمة a من I مغيرة إشارتها فإن f تقبل نقطة

انعطاف عند النقطة $(a; f(a))$.

③ بيانيا نقطة الانعطاف هي النقطة التي يخترق فيها المماس المنحنى.





حصر دالة:

$$f(a) \leq f(x) \leq f(b)$$

إذا كانت الدالة f متزايدة تماما على المجال $[a; b]$ فإن $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$ من أجل كل $x \in [a; b]$

إذا كانت الدالة f متناقصة تماما على المجال $[a; b]$ فإن $f(b) \leq f(x) \leq f(a)$

$$a \leq x \leq b$$

$$[1, 2] \text{ : } x$$

$$[-1, 1]$$

$$x \in [-1, 1]$$

منصة التعليم الإلكتروني

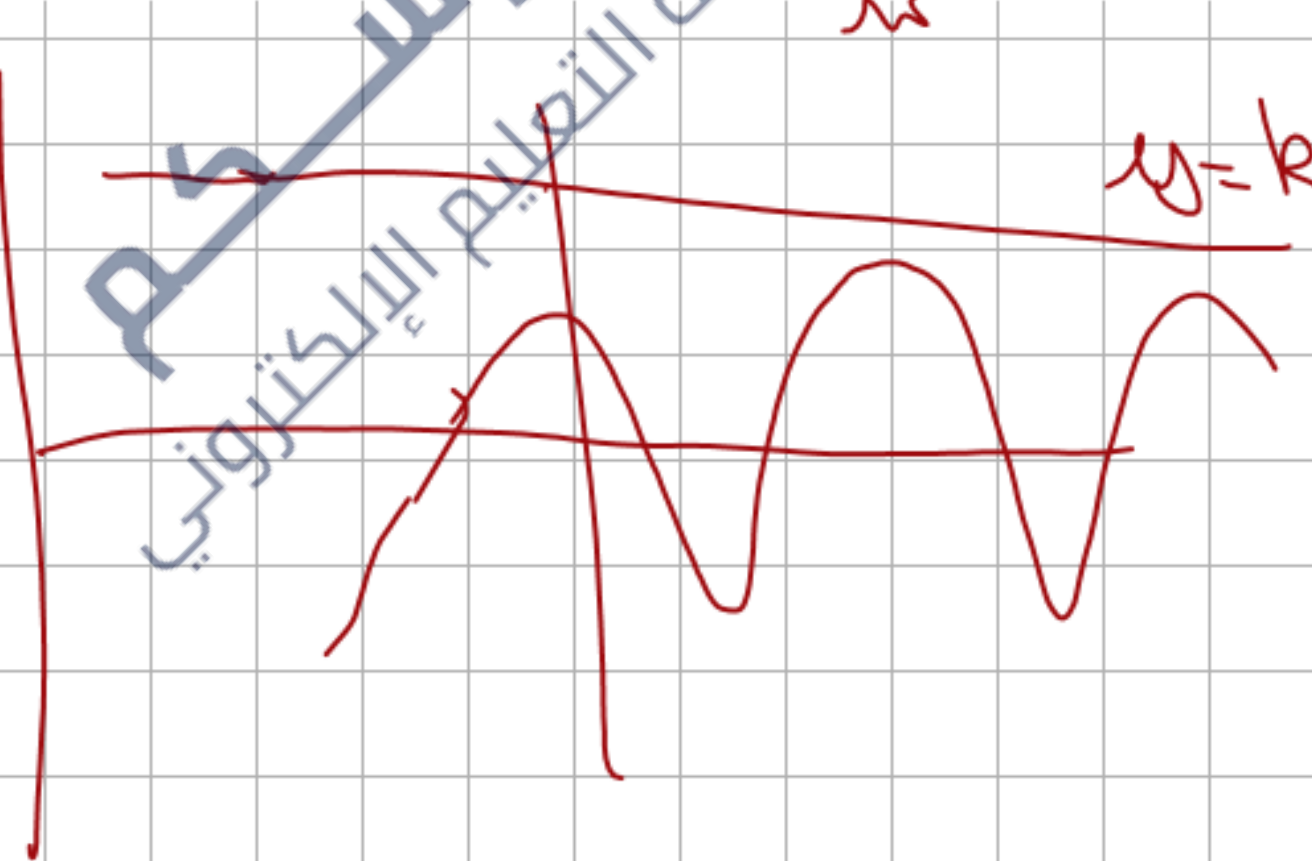
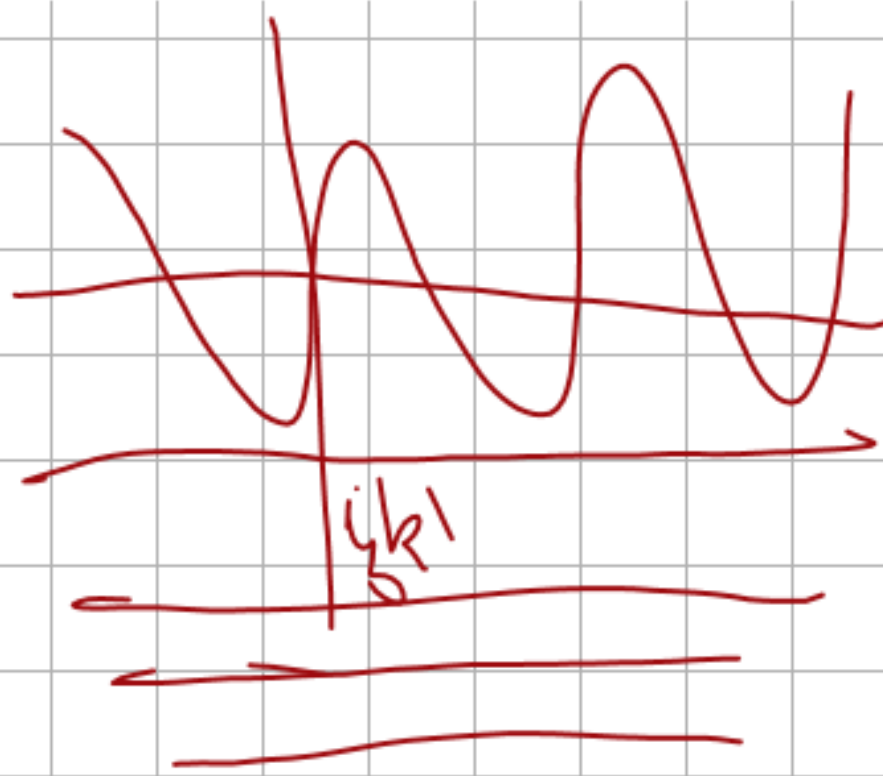


الدالة المحدودة من الأسفل أو من الأعلى:

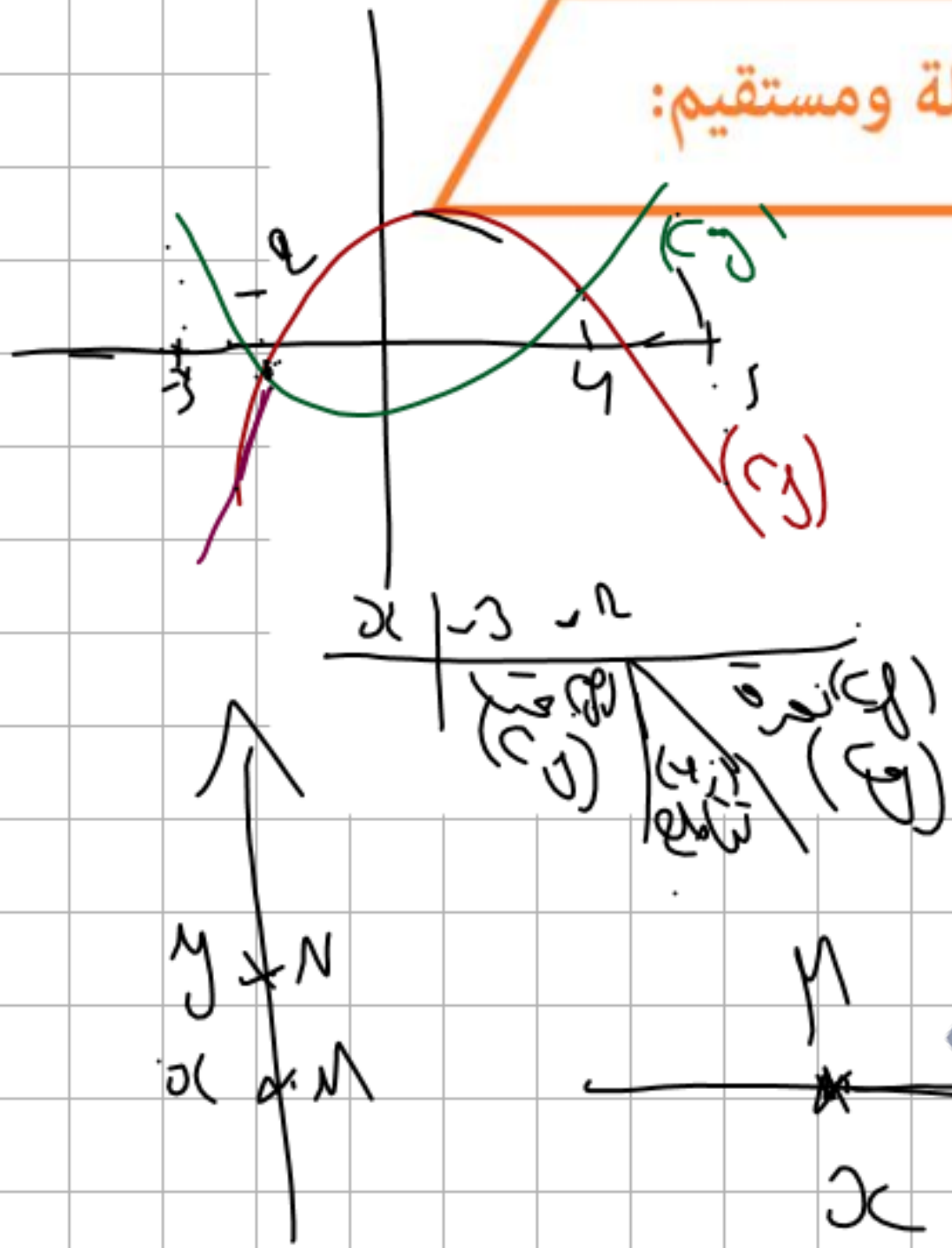
من أجل كل $x \in \mathbb{R}$

• إذا كان $f(x) \leq k$ فإن f محدودة من الأعلى و يسمى k عنصرا حادا من الأعلى.

• إذا كان $f(x) \geq k$ فإن f محدودة من الأسفل و يسمى k عنصرا حادا من الأسفل.



المقارنة والوضع النسبي بين دالتين أو دالة ومستقيم:



- بيانيا:
- $f(x) > g(x)$ معناه C_f فوق C_g
 - $f(x) < g(x)$ معناه C_f تحت C_g
 - $f(x) = g(x)$ معناه C_f يقطع C_g

دعنا نقارن بين A و B دعنا نرى:

$$A > B \leftarrow A - B > 0$$

$$A = B \leftarrow A - B = 0$$

$$A < B \leftarrow A - B < 0$$

x y

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



حسابيا:

ندرس إشارة الفرق $f(x) - g(x)$

x	a	x_0	b
إشارة $f(x) - g(x)$		-	+
الوضع النسبي بين C_g و C_f	C_g تحت C_f	C_f يقطع C_g	C_g فوق C_f

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



التمرين الرابع:

لتكن الدالة f على \mathbb{R} بـ $f(x) = x^2 + 3$.

(1) بين أن f تقبل الاشتقاق على \mathbb{R} ثم أوجد دالتها المشتقة.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x_0+h)^2 + 3 - (x_0^2 + 3)}{h}$$

ليكن $x_0 \in \mathbb{R}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x_0^2 + 2x_0h + h^2 + 3 - x_0^2 - 3}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x_0h + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x_0 + h)$$

وحيث $x = x_0$

$$f'(x) = 2x$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} 2x_0 + h = 2x_0$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

التمرين السادس:

لتكن الدالة f علي \mathbb{R} بـ $f(x) = mx^3 - x^2 + 3$ و (C_f)

تمثيلها البياني في $m \in \mathbb{R}$

ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد مماسات المنحني

(C_f) ذات معامل التوجيه معدوم.

معادلة المماس عند $(x_0, f(x_0))$

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

معامل التوجيه

$$y = ax + b$$

$$y = f'(x_0)x - x_0 f'(x_0) + f(x_0)$$

معامل توجيه المماس عند x_0
حل المعادلة

$$f'(x) = 0$$

لحل المعادلة $f'(x) = 0$ في \mathbb{R} كثير حدود

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





ملف الحصة المباشرة و المسجلة

$$f(x) = mx^3 - x^2 + 3$$

$$f'(x) = 3mx^2 - 2x$$

$$x(3mx - 2) = 0 \quad f'(x) = 0$$

$x = 0$: من أجل $m \in \mathbb{R}$: $x = 0$ حل الحارة دته

و بقى نقطة ذات فاصلة 0 معامل التوجيه عندهم

$$3mx - 2 = 0 \quad m \neq 0 \quad \frac{2}{3m} \quad \frac{2}{3m}$$

$m = 0$ لا يوجد حلول

أحصل على بطاقة الإشتراك





ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$m \neq 0$ توجه لوقتين فإمالتها 0 و $\frac{2}{3m}$ الحساب

منها نرسمها مل توجه معدوم

أفقر $m = 0$

$m = 0$ توجه لوقتين وحيدة فإمالتها الحساب

منها نرسمها مل توجه معدوم

$m \neq 0$





التمرين السابع: نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} ب:

$$f(x) = 2x^2 - 8x + 6$$

و (C_f) منحناها البياني في معلم متعامد ومتجانس

$$f'(x) = 4x - 8$$

(1) أحسب الدالة المشتقة f' للدالة f .

(2) أدرس إشارة الدالة f' ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(3) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) أوجد القيم الحدية للدالة f .

(5) بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $x=2$ هو محور تناظر لـ (C_f) .

(6) أكتب معادلة المماس (T_1) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(7) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T_2) موازيا

للمستقيم ذو المعادلة $y=4$ ثم أكتب معادلته.

(8) أحسب بالتقريب $f(-2,001)$

(9) أوجد نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور

الفواصل (xx')

(10) أوجد نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور

التراتب (yy') .

(11) أنشئ (C_f) منحى الدالة f في معلم

متعامد متجانس (o, \bar{i}, \bar{j}) .

(12) شكل جدول إشارة الدالة f

(13) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي

m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = m$

(14) لتكن الدالة h المعرفة بـ $h(x) = |f(x)|$

أكتب $h(x)$ دون رموز القيمة المطلقة ثم أنشئ

(C_h) منحى الدالة في نفس المعلم.



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



ونحن في حصة مباشرة
على [2:27:30]

3) جعل تغير f

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

$f(2) = -2$

-2 من 2 من 2 من 2

$$f'(2) = 4 - 8 = -4$$

$$f'(x) = 4x - 8 \quad (1)$$

(2) اشارة $f'(x)$

$$x = 2 \leftarrow 4x - 8 = 0$$

$$x \geq 2 \leftarrow 4x - 8 > 0$$

$$-\frac{b}{a} = 2$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

$$f'(x) \geq 0 \text{ على } [2, +\infty[$$

ونحن في حصة مباشرة

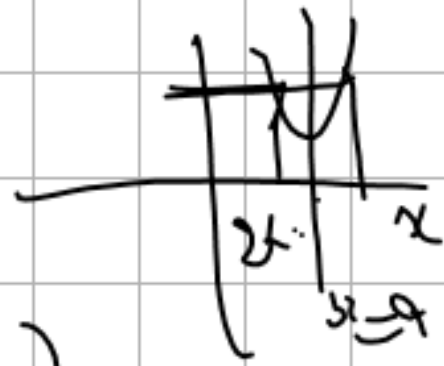
من 2 من 2 من 2 من 2

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



ك) $x=2$: (D) كمر تناظر

ل معرفة $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ تناظر بالة 2
من أجل كل $x \in \mathbb{R}, x \neq 2$

(D) $x=2$ كمر تناظر

(G)

$$y = f(x) + f(2)$$

$$y = -2$$

$$\begin{aligned} f(4-x) &= 2(4-x)^2 - 3(4-x) + 6 \\ &= 2(16 - 8x + x^2) - 12 + 3x + 6 \\ &= 32 - 16x + 2x^2 - 12 + 3x + 6 \\ &= 2x^2 - 13x + 26 \end{aligned}$$

$$-2x^2 - 8x + 8 = f(x)$$

$$y = \alpha x + \beta$$

$$x_0 = 5$$

$$y = f'(5)(x - 5) + f(5)$$

معادلة المماس عند النقطة
ذات المماس $x_0 = 1$

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = f'(1)(x - 1) + f(1)$$

$$y = -4(x - 1) + 0$$

$$y = -4x + 4$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





ملف الحصة المباشرة و المسجلة



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



نينا ان (ن) اقل معاها جوزا

للمرأة نزل المعادلة $y=4$

معامل التوجيه معصوم $\alpha=0$

فل المعادلة $f'(x) = 0$

اننا $4x - 8 = 0$

$x = 2$ اننا

هنا من القطة نال الفاصلة

فيوجد معاها نزل للمرأة

او المعادلة $y=4$



$$y = f'(2)(x-2) + f(2)$$

$$y = f(2)$$

$$y = 4$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



يوجد حلين

$$x_0 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 - 4}{4} = 1$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 + 4}{4} = 3$$

اننا

$$(X, X') \cap (0) = \{M_1(1; 0), M_2(3; 0)\}$$

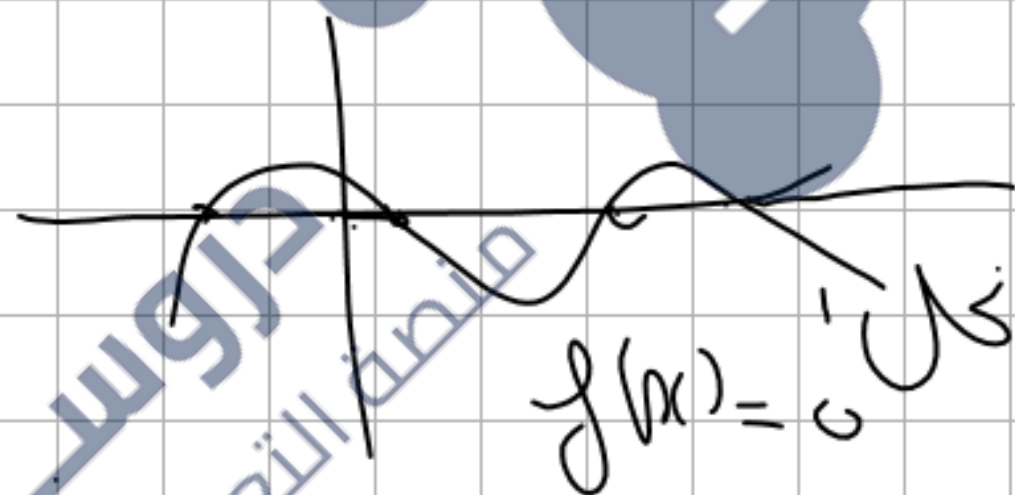
نقاط تقاطع (0) مع (44)

نقبة $f(0) = b$

$$(44) \cap (0) = \{M_3(0; 6)\}$$

نقاط التقاطع مع محور النقط (X, X') حاصل

$$f(2,001) = 2 - 2$$



$$2x^2 - 8x + 6 = 0$$

$$\Delta = 64 - 4(2)(6)$$

$$\Delta = 64 - 48 = 16 = 4^2$$

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$M_1 = (011)$$

$$M_2 = (013)$$

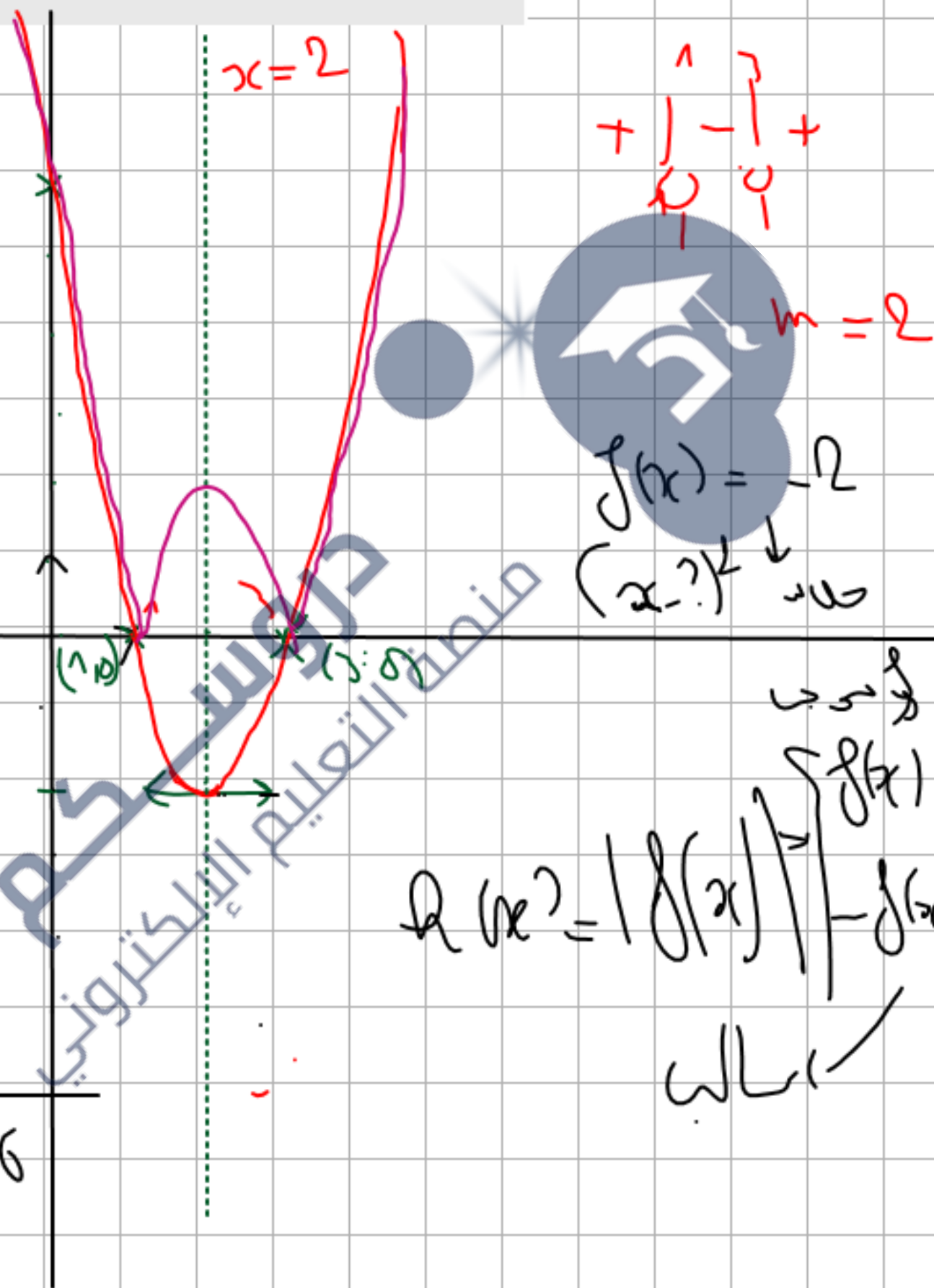
$$M_3 = (016)$$

$$C(2; 2)$$

جواب السؤال: $f(x) =$

x	-5	1	3	5
f(x)	+	+	-	+

اعدل ابياني $f(x) = m$
 من فواصلنا طاقم (g)
 مع الاستغناء $y = m$



لوج ب
 ابدال $f(x)$
 $h(x) = |f(x)|$
 ابدال
 سالب

$$y = -6$$



$m = -2$ يوجد حل واحد $x = 2$

$m \in]-2, 6[$ حلان موجبان

$m = 6$ حل موجبا وحل سريعا

$m \in]6, +\infty[$ حلان موجبان

منصة التعليم الإلكتروني دروسكم

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$f(x) = 2m$$
$$y = 2m$$
$$2m \in]-\infty, -2[$$
$$2m < -2$$
$$m$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

التمرين الثامن:

(1) أعد حل التمرين 7 بوضع

$$f(x) = 3x^2 - 12x - 15$$

(2) أعد حل التمرين 7 بوضع

$$f(x) = -2x^2 + 3x - 1 \text{ مع تغيير معادلة محور}$$

$$\text{التناظر تصبح } x = \frac{3}{4}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

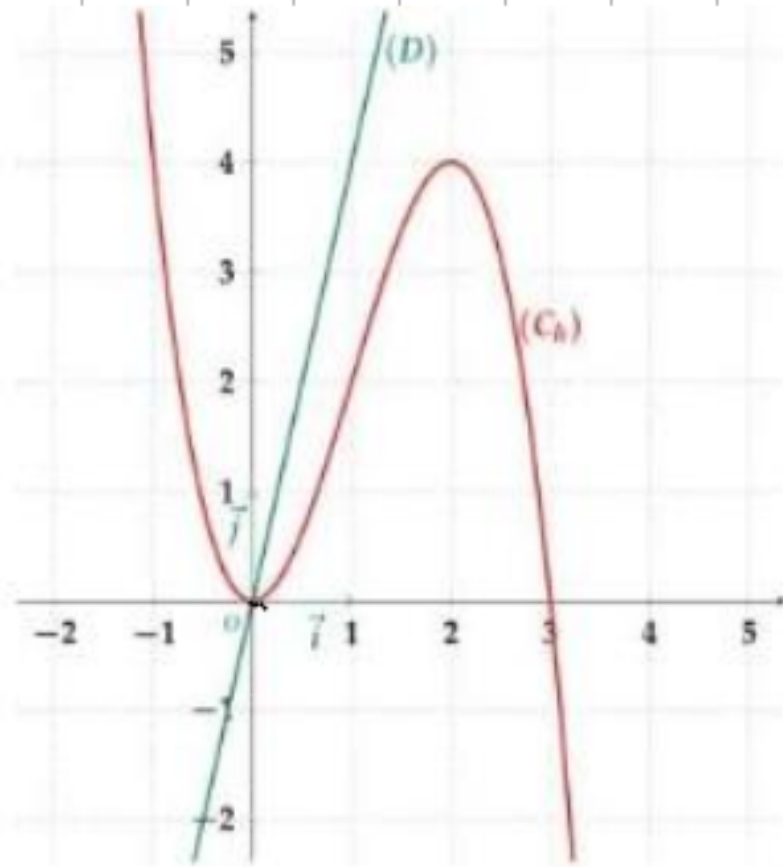
أحصل على بطاقة الإشتراك





التمرين التاسع:

(D)



(1) (C_h) التمثيل البياني للدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ :

(C_h)

$$h(x) = -x^3 + 3x^2$$

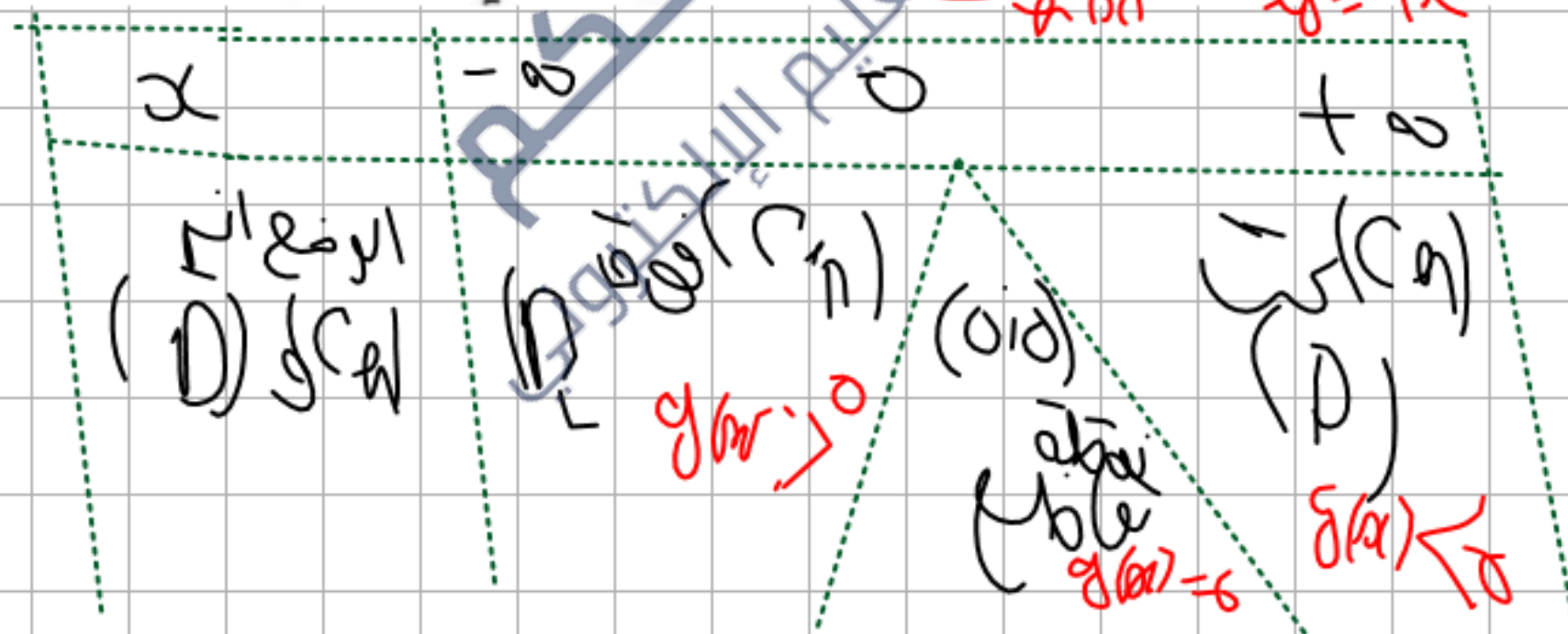
(D) المستقيم ذو المعادلة $y = 4x$ (لاحظ الشكل المقابل)

(1) بقراءة بيانية حدد وضعية (C_h) بالنسبة للمستقيم (D)

g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ : $g(x) = -x^3 + 3x^2 - 4x$

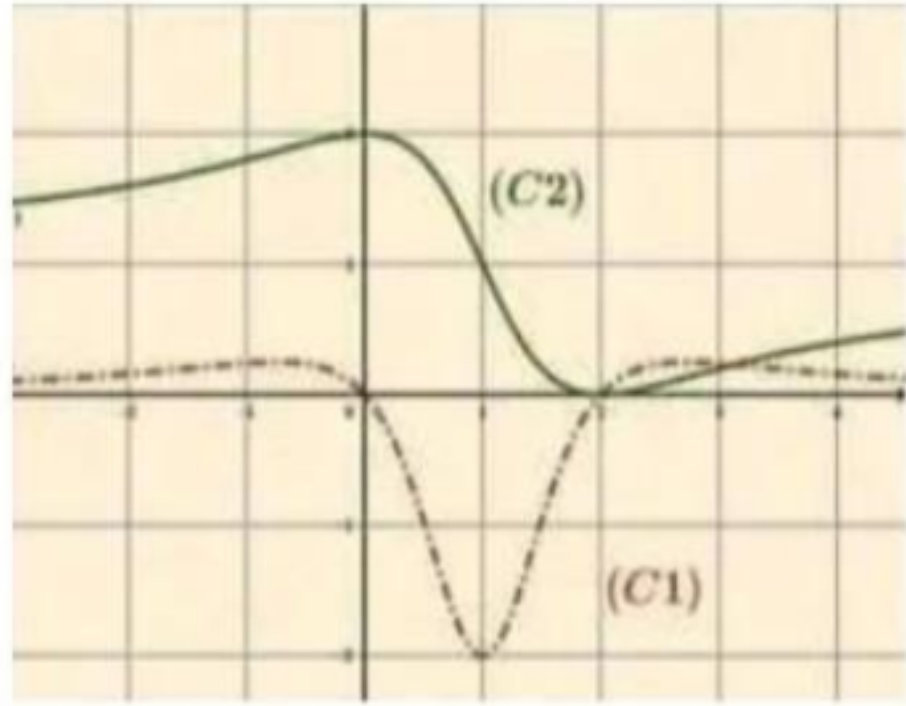
(2) إستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

$$g(x) = \underbrace{-x^3 + 3x^2}_{x^2(-x+3)} - \underbrace{4x}_{y=4x}$$



التمرين الثاني: (08 نقاط) الدالة f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 2x + 2}$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان ،

في الشكل الآتي، المنحنيين (C_1) و (C_2) حيث احدهما يمثل منحنى الدالة f و الآخر يمثل منحنى الدالة f' .
 (1) عين (C_f) من بين المنحنيين (مع التعليل) ،



(2) عين بيانيا الأعداد $f(0)$ ، $f(2)$ ، $f'(1)$ و $f''(1)$.

(3) حدد إشارة $f(x)$ على \mathbb{R} .

(4) بين أن: $a = -4$ و $b = 4$.

(5) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = \frac{2x(x-2)}{(x^2-2x+2)^2}$$

ب) استنتج اتجاه تغير f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(6) أ) بين أن النقطة $\omega(1;1)$ مركز تماثل (C_f) ، ثم أكتب معادلة المماس (T) ل (C_f) عند النقطة ω .
 ب) ادرس الوضع النسبي بين (T) و (C_f) .

$$k'(x) = ? \left(\begin{array}{l} f(x) \\ f'(x) \end{array} \right)$$

(7) نعتبر الدالة k المعرفة بـ: $k(x) = \frac{1}{f(x)}$

أ) عين D_k ، ثم أحسب $k'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة k ، ثم شكل جدول تغيراتها .

دروسكم
 منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

الجزء الأول

نعتبر كثير الحدود g حيث : $g(x) = x^3 + x - 2$

- (1) أثبت أن 1 جذر لـ $g(x)$
- (2) عين الأعداد الحقيقية a و b و c حيث $g(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$
- (3) حل في \mathbb{R} المعادلة $g(x) = 0$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2}$ (C_f) هو تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

- (1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{0\}$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها
- (3) عين القيم الحدية المحلية للدالة.
- (4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{0\}$: $f(x) = x - 1 + \frac{1-x}{x^2}$
- (5) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$

$$f(x) - y = \frac{1-x}{x^2}$$

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

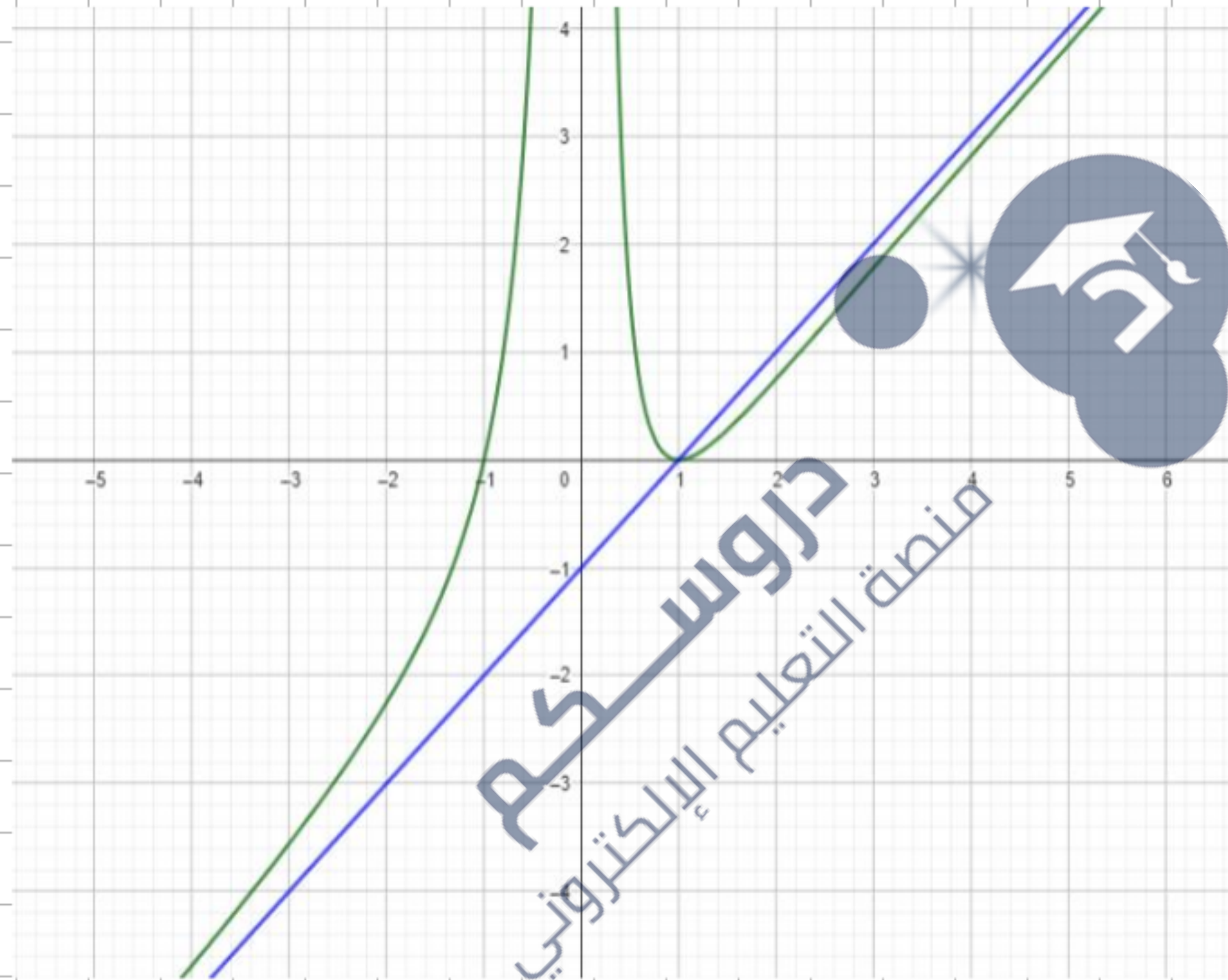
2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني



دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



جامعة
البحرين
منطقة التعليم الإلكتروني

