

$$3) f(x) = \frac{x+1}{x-1}, \quad x_0 = 2$$

$$h \cdot \frac{f(2+h) - f(2)}{h} =$$

=

### التمرين الأول:

بين أن الدالة  $f$  تقبل الاشتقاق عند  $a$  في كل حالة

- $$\left\{ \begin{array}{l} 1) f(x) = 2x+3, \quad a=1; a=-3 \\ 2) f(x) = 4x^2-x+1, \quad a=2; a=0 \\ 3) f(x) = \frac{x+1}{x-1}, \quad a=2; a=-3 \end{array} \right.$$

من الاشتقاق

$$h \cdot \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

نوجد

أو

$$h \cdot \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{h+3}{h+1} - 3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h+3-3h-3}{h(h+1)}$$

و هنا نقبل الإختلاف  
بين 2 و 2 = -2

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2h}{h(h+1)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2\cancel{h}}{\cancel{h}(h+1)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2}{h+1} = \frac{-2}{0+1} = -2$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



قابلة - استقانا  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  من -3

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-3+h) - f(-3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{-2+h}{-4+h} - \frac{1}{2}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{-4+h+4-h}{2(-4+h)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{2(-4+h)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{2(-4+h)} \times \frac{1}{h} = \frac{1}{2 \times (-4)} = -\frac{1}{8}$$

وهنا يمكن الاستغناء عن  $f(-3) = -8$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك

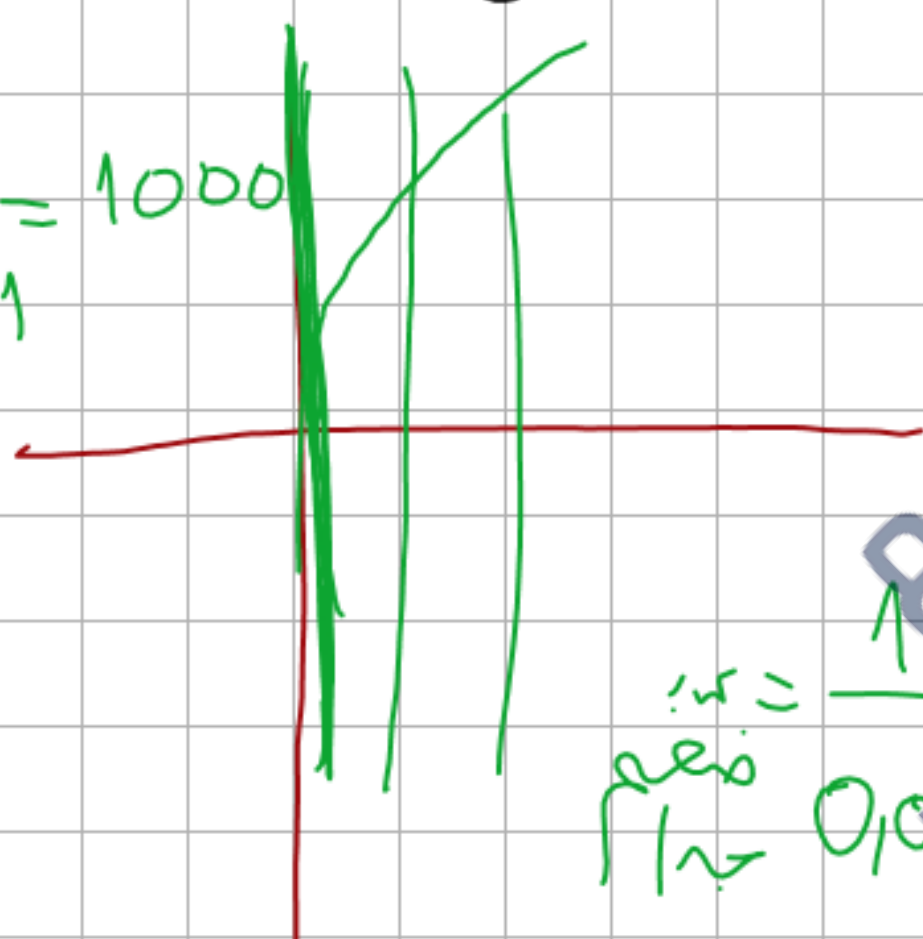


حل  $f(x) = \sqrt{x}$  تبيل الاشتقاق عند  $0$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{h} - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{h} \times \sqrt{h}}{h \times \sqrt{h}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h \sqrt{h}} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{h}} = \infty$$

$$\frac{1}{0,001} = 1000$$



منصه

0,001



## التمرين الثاني:

لتكن الدالة  $f$  علي  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = x^3$  و  $(C_f)$  تمثيلها

البياني في م م م  $f(2) = 2^3 = 8$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم فان

$$\frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \frac{(2+h)^3 - 8}{h} = h^2 + 6h + 12$$

(2) استنتج أن الدالة  $f$  تقبل الاشتقاق عند 2 وعين

$f'(2)$  ثم فسر النتيجة بيانياً.

(3) أوجد معادلة المستقيم  $(D)$  المماس لـ  $(C_f)$  عند

النقطة ذات الفاصلة 2.

(4) أحسب بالتقريب  $f(1,98)$  و  $f(2,003)$  ;

(5) أوجد أحسن تقريب تألفي لـ  $(2+h)^3$  من أجل  $h$

يقترب من 0. *أحسبها عند 2*

(1) بينا أنه من أجل كل  $h \in \mathbb{R}^*$

$$\frac{(2+h)^3 - 8}{h} = \frac{h^3 + 6h^2 + 12h + 8 - 8}{h}$$

$$= \frac{h^2 + 6h + 12}{1}$$

$$= h^2 + 6h + 12$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^3 = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(h+2)^3 = h^3 + 3h^2 \times 2 + 3h \times 2^2 + 2^3$$

$$= h^3 + 6h^2 + 12h + 8$$

دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



(3) إعادة الحساب (D) من النقطة

زا = القيمة  $x_0$  :

$$y = ax + b$$

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

يكون  $x_0$   $f(x_0)$   $f'(x_0)$

(ع) استنتاج ان  $f$  تقبل الاستقوة بـ 12

$$h \cdot \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = h \cdot \frac{h^2 + 6h + 12}{h}$$

$$h \rightarrow 0 \quad = 12$$

ونرى تقبل الاستقوة بـ 12

**التفسير البياني:** (D) من النقطة

نيل مسانئنا عن النقاط الكلبة

معامل توجيه هو 12

$$y = mx + a$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$f(x) \approx 12x - 16$  من كون  
 $f(2,003) \approx 12 \times 2,003 - 16$   
 $f(2,003) \approx 8,036$  دقة

$f(1,98) \approx 12 \times 1,98 - 16$   
 $\approx 7,76$

منه 2:  
 $y = f'(2)(x-2) + f(2)$

$y = 12(x-2) + 8$

$y = 12x - 24 + 8$

$y = 12x - 16$

معادلة المماس (D)

القريب التالي

لها يكمل  $x$  قريب من 2



$$f(x) = x^3 \Rightarrow$$

أحسن تقريبا  $f(2+h)$   
 أو  $(2+h)^3$

$$f(2+h) \approx f'(2)(2+h-2) + f(2)$$

$$f(2+h) \approx 12h + 8$$

أو تقريبا  $f(x) \approx f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$

$$f(x_0+h) \approx f'(x_0)h + f(x_0)$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



الأعداد العشرية تكون قريبة من عدد  
دائما

$$f(x) \approx g(x)$$

$$f(1.999) \approx g(1.999)$$

(D)

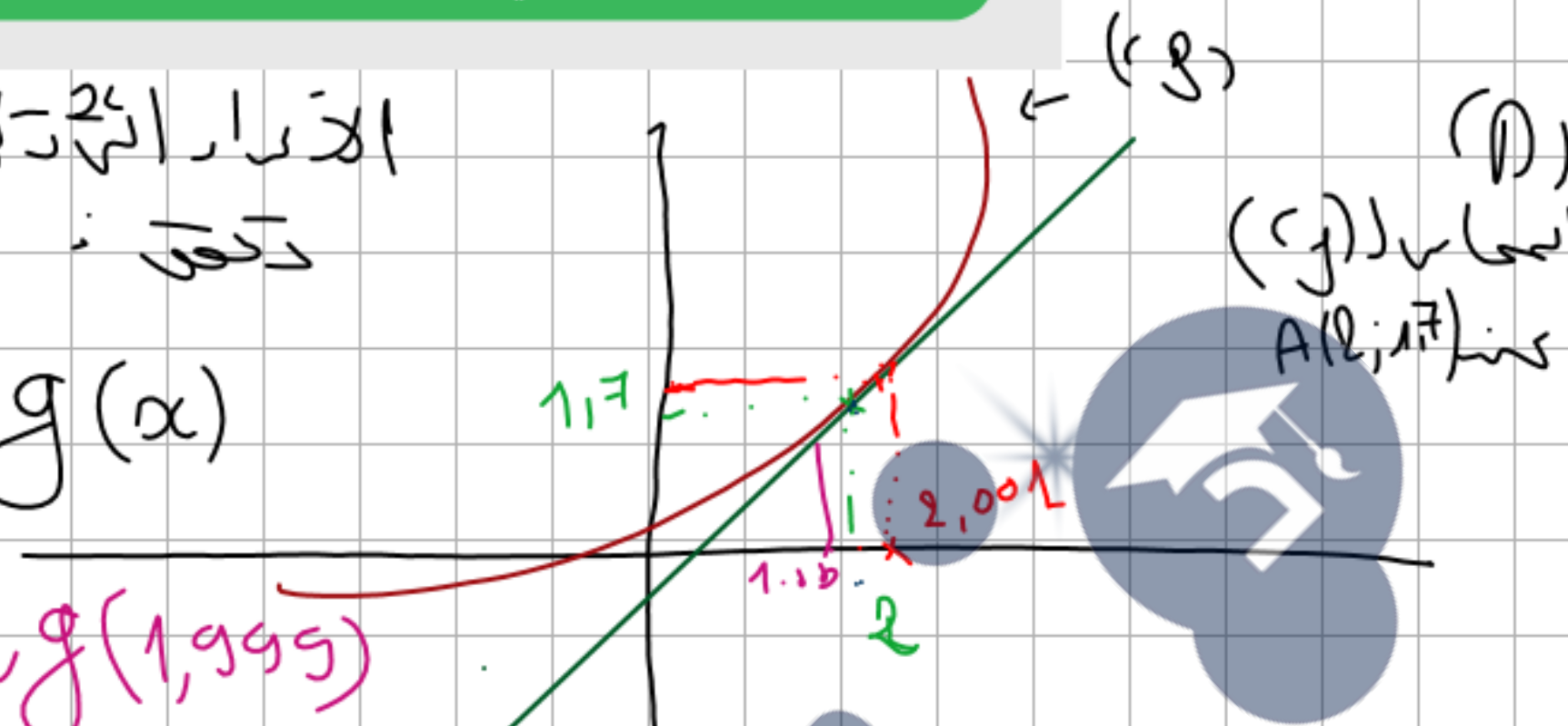
$$y = ax + b$$

مناسبة الخط المستقيم

$$g(x) = ax + b$$

هنا الخط ليس مستقيما  
والخاتمة  
 $ax + b$

$$f(x) \approx ax + b$$



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





$x = x_0 + h$  (h صغير جداً)

نقريب  
 $3 + h$  من  $3$  إلى  $3 + h$

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$f(x_0 + h) = f'(x_0)(x_0 + h) + f(x_0)$$



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

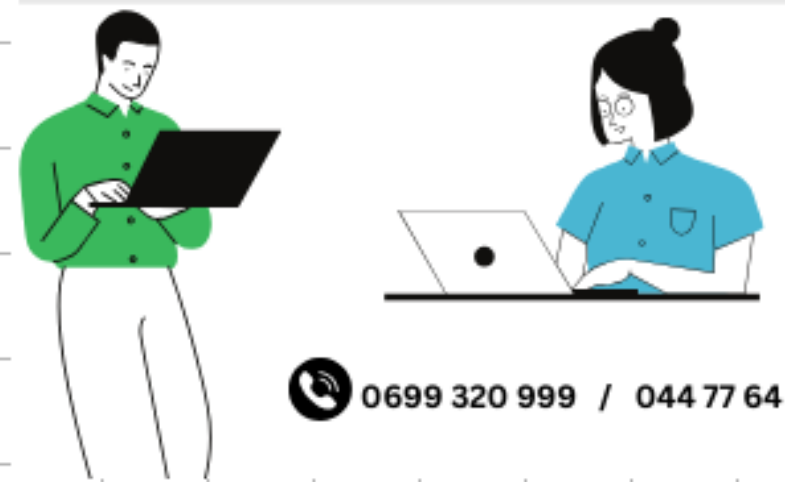
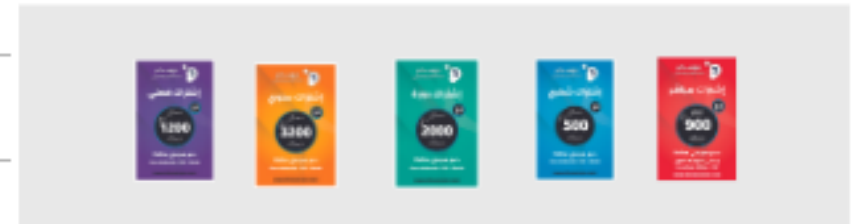


1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$x_0 + h \leftarrow x$$

$$y = f'(x_0) (x_0 + h - x_0) + f(x_0)$$

$$y = f'(x_0) h + f(x_0)$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$f(x) \approx 12x - 16$$

لما يكون  
 $x$  قريب من 2

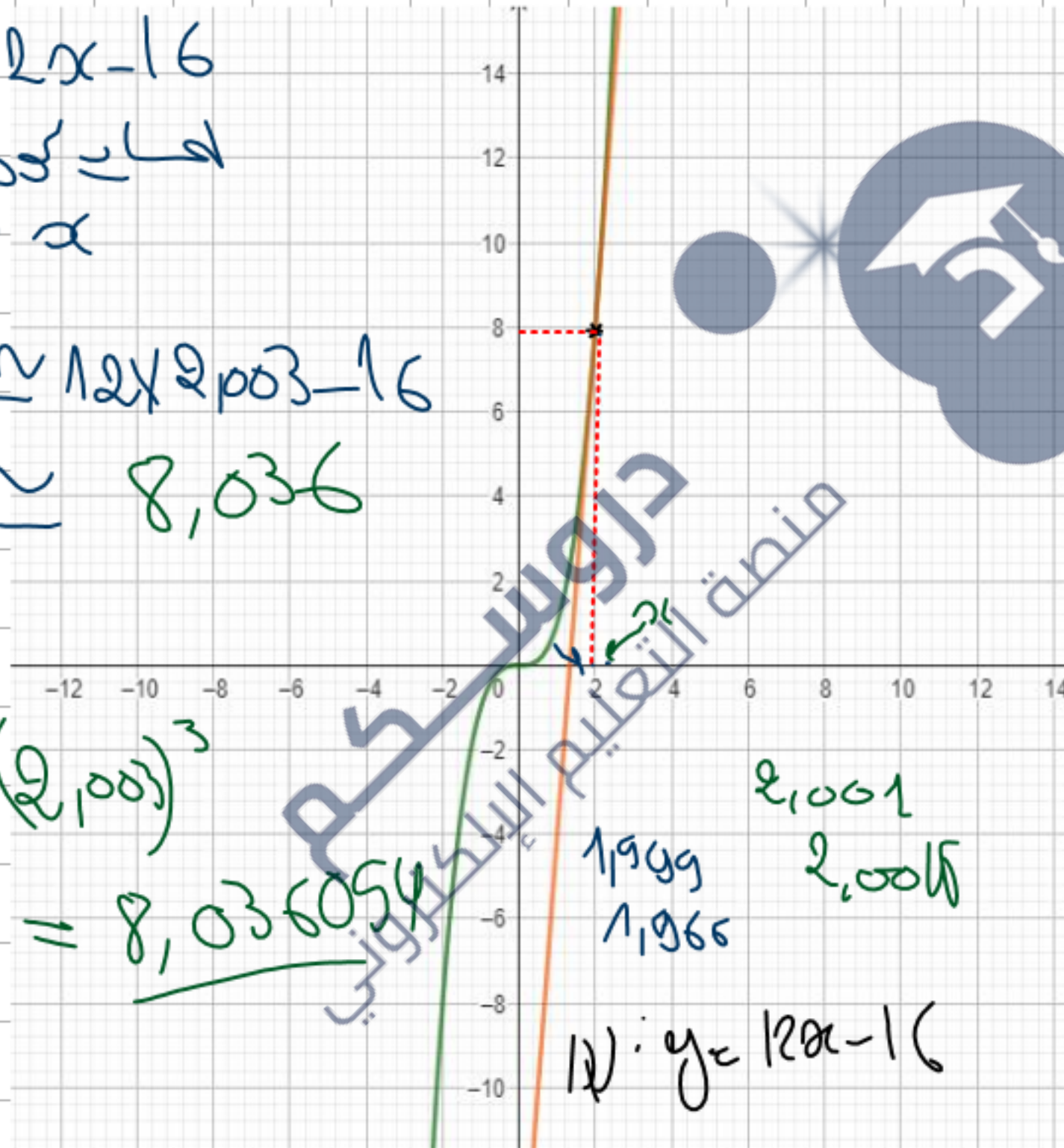
$$f(2,003) \approx 12 \times 2,003 - 16$$

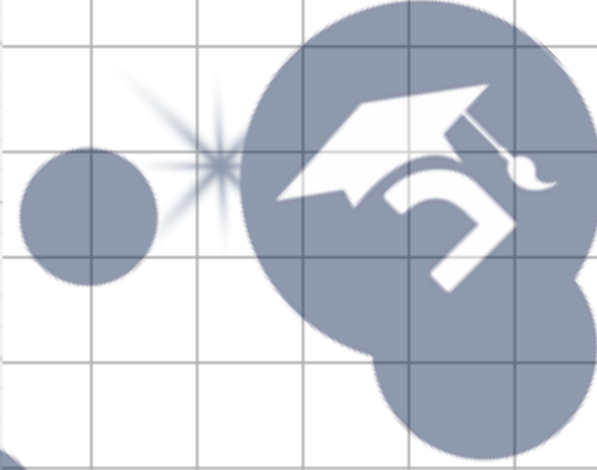
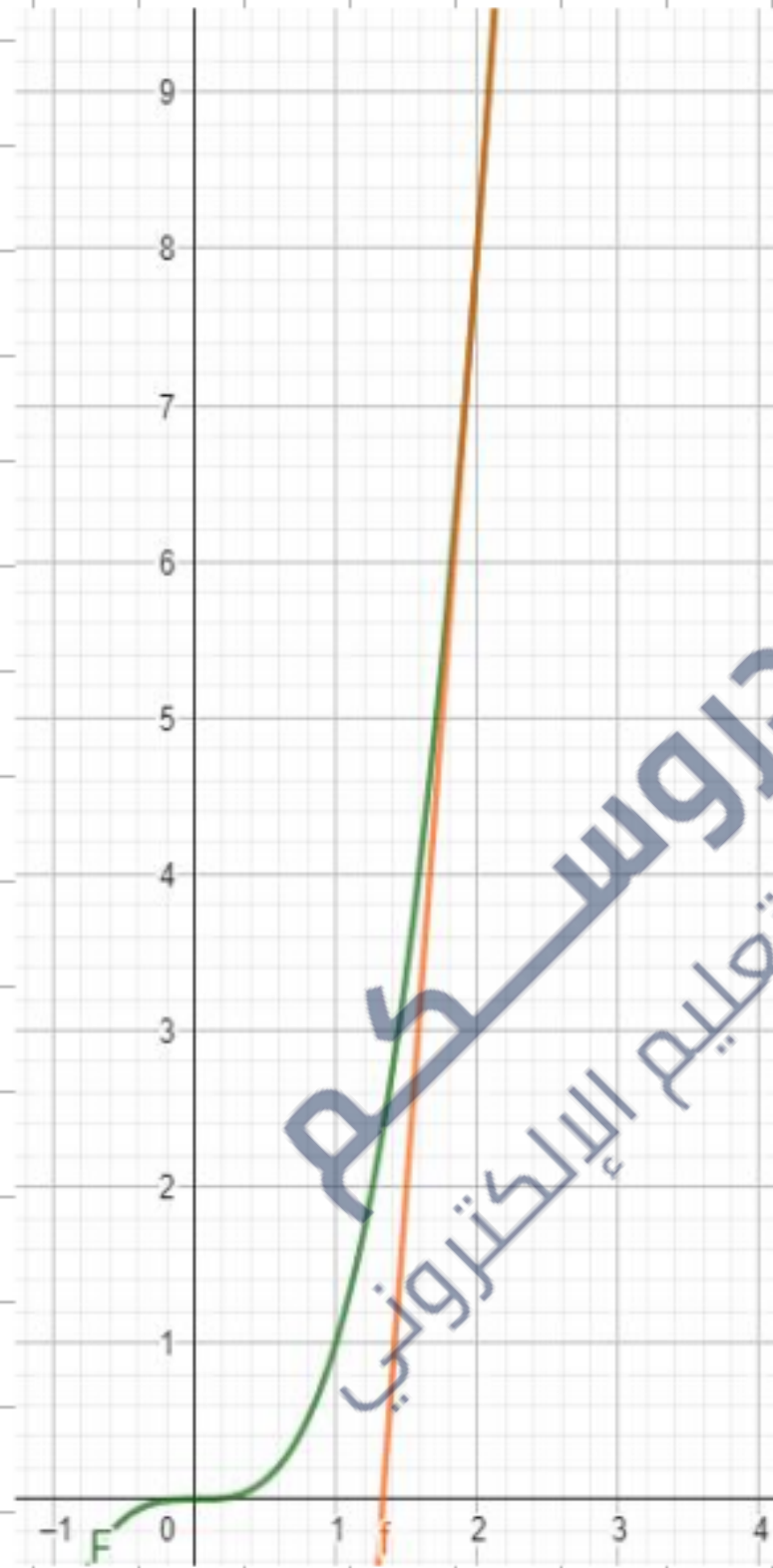
$$\approx 8,036$$

النتيجة المصوبة

$$f(2,003) = (2,003)^3$$

$$= 8,036054$$





دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



### التمرين الثالث:

(C) منحنى يشمل النقطة  $A(2;3)$  و  $(\Delta)$  مستقيم معادلته

$$y = 3x + 5$$

هي  $y = 3x + 5$  هي  
أكتب معادلة لمماس المنحنى عند النقطة  $A$  والذي يوازي  
المستقيم  $(\Delta)$ .

مستقيمات متوازية

معادلته ترجع المعادلات

$A(2;3)$  هو

$$f'(2) = 3$$

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = f'(2)(x - 2) + f(2)$$

$$= 3(x - 2) + 3$$

$$= 3x - 6 + 3$$

$$y = 3x - 3$$

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك





### التمرين الرابع:

لتكن الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = x^2 + 3$ . بسلا  $a$   $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

$h \rightarrow 0$

(1) بين أن  $f$  تقبل الاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ثم أوجد دالتها المشتقة.  
حسب كل نقطة من  $\mathbb{R}$

$$f'(x) = 2x$$

دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



⑥ جدول ملخص:  $g(x) = x^k$

صديق مدرسي ثابت هو 0

الدالة المشتقة $f'$	مجالات قابلية الاشتقاق	الدالة $f$
$x \mapsto 0$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto a$
$x \mapsto a$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto ax + b$
$x \mapsto 2x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto x^2$
$x \mapsto nx^{n-1}$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto x^n (n \in \mathbb{N})$
$x \mapsto -\frac{1}{x^2}$	$]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$	$x \mapsto \frac{1}{x}$
$x \mapsto -\frac{n}{x^{n+1}}$	$]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$	$x \mapsto \frac{1}{x^n} (n \in \mathbb{N})$
$x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0; +\infty[$	$x \mapsto \sqrt{x}$
$x \mapsto \cos x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto \sin x$
$x \mapsto -\sin x$	$\mathbb{R}$	$x \mapsto \cos x$
$u' + v'$	يجب أخذ شروط كل دالة بعين الاعتبار	$u + v$
$u'.v + v'.u$		$u.v$
$\lambda u'$		$\lambda u (\lambda \in \mathbb{R})$
$-\frac{u'}{u^2}$		$\frac{1}{u}$
$\frac{u'.v - v'.u}{v^2}$		$\frac{u}{v}$
$x \mapsto au'(ax + b)$		$x \mapsto u(ax + b)$

$$(x^n)' = n x^{n-2}$$

$$(x^4)' = 4 x^{4-1} = 4 x^3$$

$$(x^5)' = 5 x^{5-1} = 5 x^4$$

$$(2x^3)' = 2(x^3)' = 2 \times 3 \times x^2 = 6x^2$$

1 حصص مباشرة

1

2 حصص مسجلة

2

3 دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



## التمرين الخامس:

أوجد الدالة المشتقة  $f'$  للدالة  $f$  في الحالات التالية:

$$6) f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 1}{3x^2 - x + 1}$$

$$7) f(x) = (5x + 3)(2x - 4)$$

$$8) f(x) = (x + 2)(3x^2 + 4x - 1)$$

$$9) f(x) = (x + 2)(3x^2 + 4x - 1)$$

$$10) f(x) = \left(\frac{1}{2}x - 1\right)(x^2 - 1)$$

$$11) f(x) = \cos(x)$$

$$12) f(x) = \cos(2x - 1)$$

$$13) f(x) = -2\cos(-x + 1)$$

$$14) f(x) = \sin(x)$$

$$15) f(x) = \sin(6x + 1)$$

$$17) f(x) = (5x + 3)^2$$

$$18) f(x) = \sqrt{x}$$

$$20) f(x) = \sqrt{-4x + 3}$$

$$1) f(x) = 5x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$$

$$2) f(x) = x^5 - 3x^3 + \frac{4}{5}x^2 + \sqrt{2}$$

$$3) f(x) = \frac{\sqrt{2}}{3}x^3 + \frac{3}{11}x^2 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{\sqrt{2}}{3}x$$

$$4) f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$5) f(x) = \frac{3x^2 - x + 1}{3x + 1}$$

$$6) f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 1}{3x^2 - x + 1}$$

$$7) f(x) = (5x + 3)(2x - 4)$$

$$21) f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x+1}$$

$$22) f(x) = \frac{x^2 - x}{\sqrt{2x-1}}$$

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$f(x) = 5x - 3$$

$$f'(x) = 5$$

$$g(x) = x - 1$$

$$g'(x) = 1$$

$$1) f(x) = 5x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$$

$$2) f(x) = x^5 - 3x^3 + \frac{4}{5}x^2 + \sqrt{2}$$

$$3) f(x) = \frac{\sqrt{2}}{3}x^3 + \frac{3}{11}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{\sqrt{2}}{3}x$$

$$(5x^1)' = 5 \times 1 \times x^{1-1}$$

$$1) f'(x) = 5 \times 4x^{4-1} + 2 \times 3x^{3-1} - 4 \times 2x^{2-1} + 7$$

$$f'(x) = 20x^3 + 6x^2 - 8x + 7$$

$$2) f(x) = 5x^5 - 3 \times 3x^4 + \frac{4}{5} \times 2x^2$$

$$f'(x) = 5x^4 - 9x^3 + \frac{8}{5}x$$

حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك

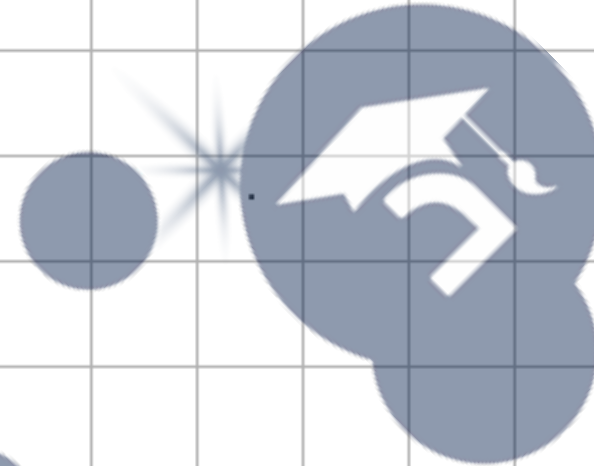
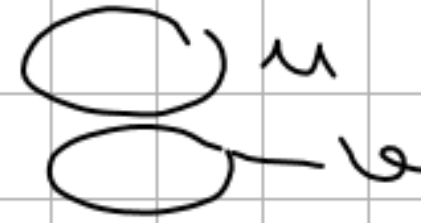


$$4) f'(x) = \frac{(x-1)'(x+1) - (x+1)'(x-1)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{1 \cdot (x+1) - (x-1) \cdot 1}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{x+1-x+1}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{2}{(x+1)^2}$$



$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$f'(x) = \frac{(3x^2 - x + 1)(3x + 1) - (3x + 1)'(3x^2 - x + 1)}{(3x + 1)^2}$$

$$= \frac{(6x - 1)(3x + 1) - 3(3x^2 - x + 1)}{(3x + 1)^2}$$

$$(3x + 1)^2$$

$$= \frac{18x^2 + 6x - 3x - 1 - 9x^2 + 3x - 3}{(3x + 1)^2}$$

$$(3x + 1)^2$$

$$= \frac{9x^2 + 6x - 4}{(3x + 1)^2}$$

$$= \frac{9x^2 + 6x - 4}{(3x + 1)^2}$$

$$4) f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$5) f(x) = \frac{3x^2 - x + 1}{3x + 1}$$

$$6) f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 1}{3x^2 - x + 1}$$

$$7) f(x) = (5x + 3)(2x - 4)$$

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك





$$f(x) = (5x+3)(2x-4)$$

$$(u \cdot v)' = u'v + v'u$$

$$f'(x) = (5x+3)'(2x-4) + (2x-4)'(5x+3)$$

$$= 5(2x-4) + 2(5x+3)$$

$$= 10x - 20 + 10x + 6$$

$$f'(x) = 20x - 14$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



### التمرين السادس:

لتكن الدالة  $f$  علي  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = mx^3 - x^2 + 3$  و  $(C_f)$

تمثيلها البياني في  $m \in \mathbb{R}$

ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد مماسات المنحني  $(C_f)$  ذات معامل التوجيه معدوم.

دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك







ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني

جامعة  
البحرين  
منطقة التعليم الإلكتروني

