التمرين الأول:

f و g دالتان معرفتان ب : $f(x) = x - 1$ ، $g(x) = \dfrac{x}{x-1}$ ولتكن الدالة h المعرفة ب: $h(x) = (f \circ g)(x)$.

1 عين مجموعة تعريف الدوال f ، g و h.

$D_f = \mathbb{R}$

$D_g = \mathbb{R} - \{1\}$

$D_h = D_{f \circ g} = \{x \in D_g \, ; \, g(x) \in D_f\} = \mathbb{R} - \{1\}$

$= \{x \in \mathbb{R} - \{1\} \, ; \, g(x) \in \mathbb{R}\}$

2 عين دستور الدالة h (عبارة الدالة h).

$x \in \mathbb{R} - \{1\}$

$h(x) = (f \circ g)(x) = f(g(x)) = g(x) - 1 = \dfrac{x}{x-1} - 1$

$\dfrac{x - (x-1)}{x-1} = \dfrac{1}{x-1}$

3 نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ ب : $k(x) = \dfrac{1}{x-1}$

* هل الدالتين h و k متساويتان؟ (برر اجابتك).

نعم

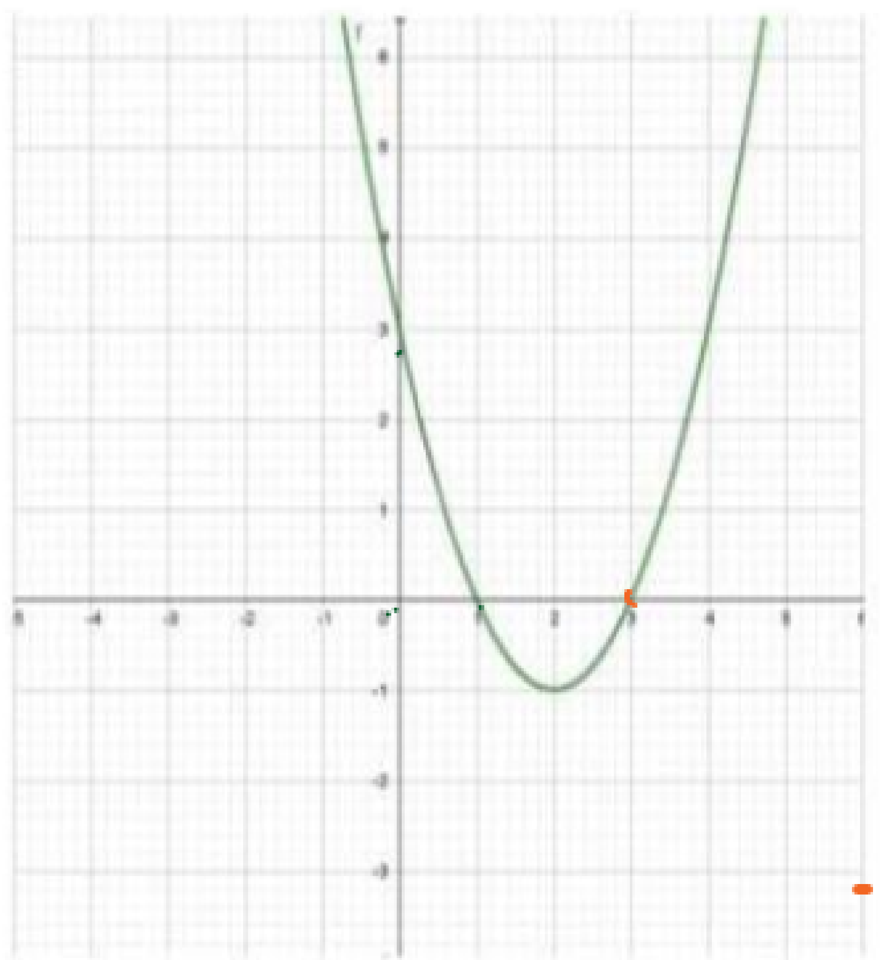
① $D_h = D_k = \mathbb{R} - \{1\}$

② من أجل $x \in \mathbb{R} - \{1\}$

$h(x) = \dfrac{x}{x-1} - 1 = k(x)$

التمرين الثاني:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالتمثيل البياني (C_f) الممثل في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو موضح في البيان المقابل .



1 بقراءة بيانية :

- عين كل من $(f \circ f)(1)$ و $(2f+3)(2)$.

$(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(0) = 3$

$(2f+3)(2) = 2f(2)+3 = 2\times(-1)+3$
$= 1$

- شكل جدول تغيرات الدالة f.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	-1	$\nearrow$

2. نعتبر الدالة العددية $g\circ f$ المعرفة على المجال $]3;+\infty[$ حيث g دالة متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

* عين اتجاه تغير الدالة $g\circ f$ على المجال $]3;+\infty[$ (عبارة الدالة $g\circ f$ غير مطلوبة).

f متزايدة تماما على $]3;+\infty[$

صورة المجال $]3;+\infty[$ بالدالة f هو $]0;+\infty[$

الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ومنه على $]0;+\infty[$

النتيجة

$g\circ f$ متزايدة تماما على $]3;+\infty[$

3. معتمدا على (C_f) منحنى الدالة f أنشئ كل من (C_h) ، (C_k) ، (C_t) و (C_m) التمثيلات البيانية للدوال t,k,h و m على الترتيب.

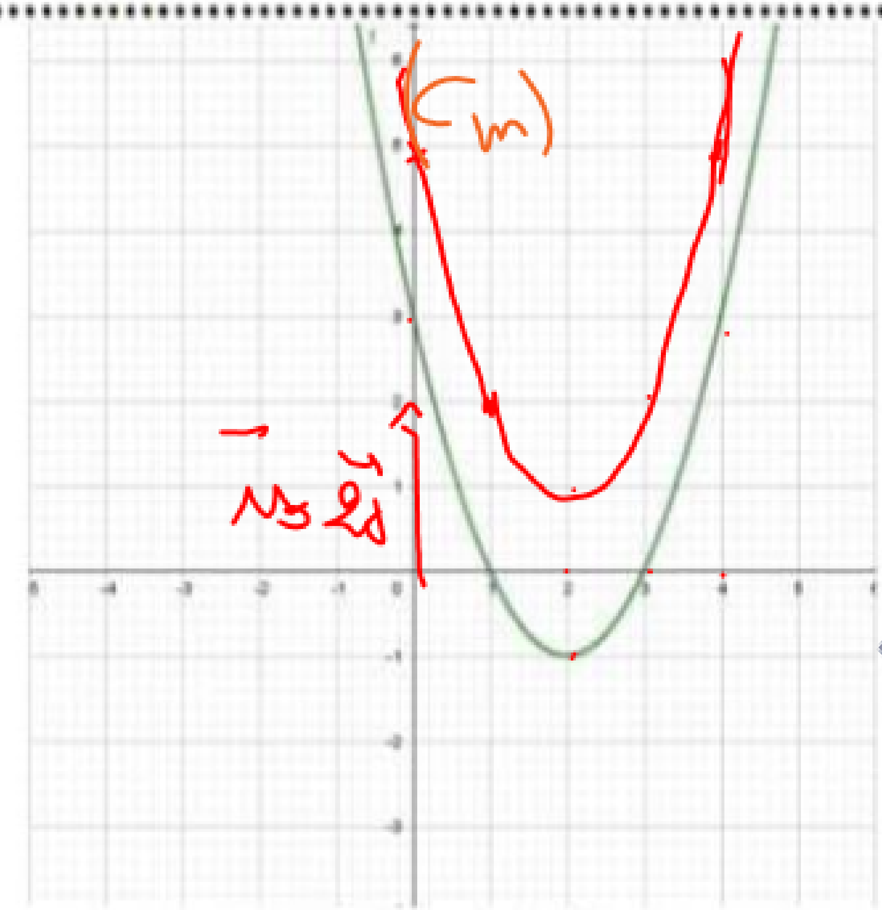
$m(x) = f(x) + 2$ $\vec{u}\binom{0}{2}$

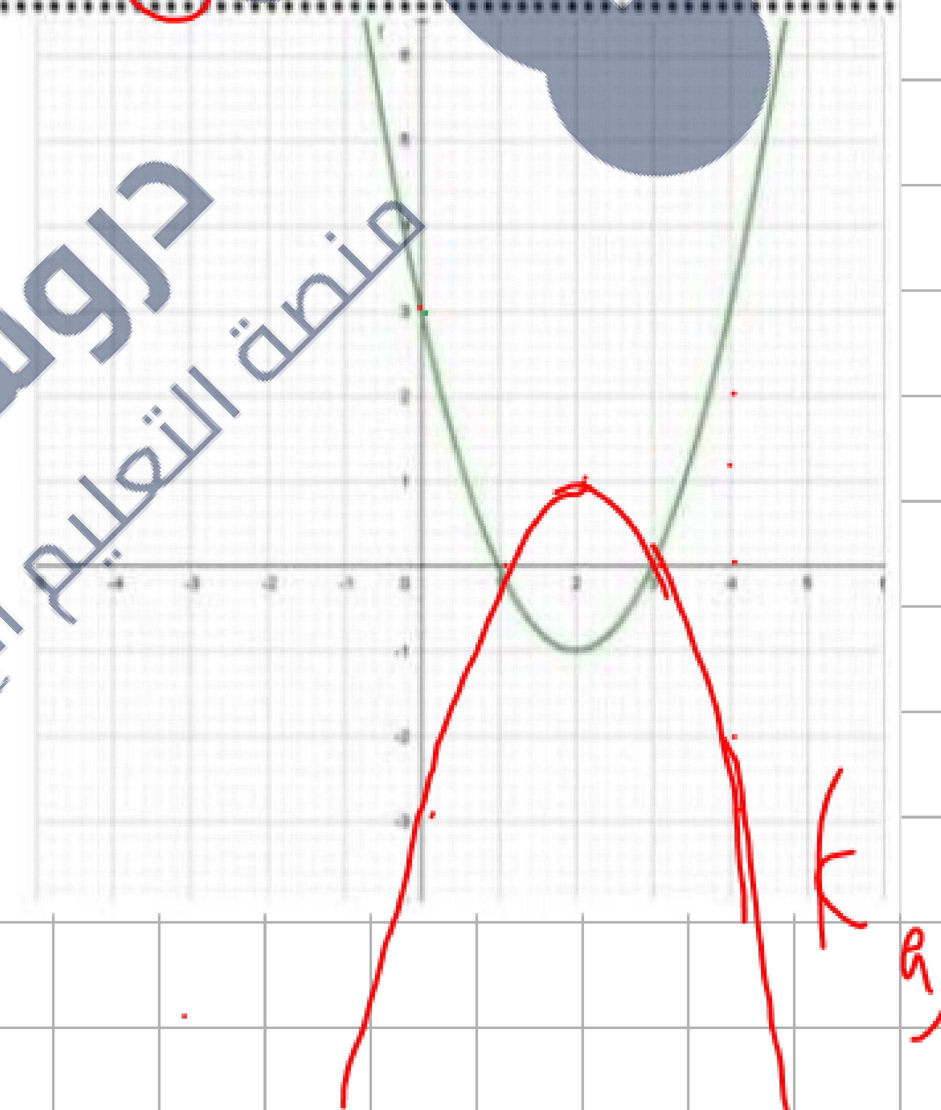
(C_m) صورة (C_g) بالانسحاب

$\vec{u} = 2\vec{j}$

$h(x) = -f(x)$

(C_h) نظير (C_g) بالنسبة لمحور الفواصل





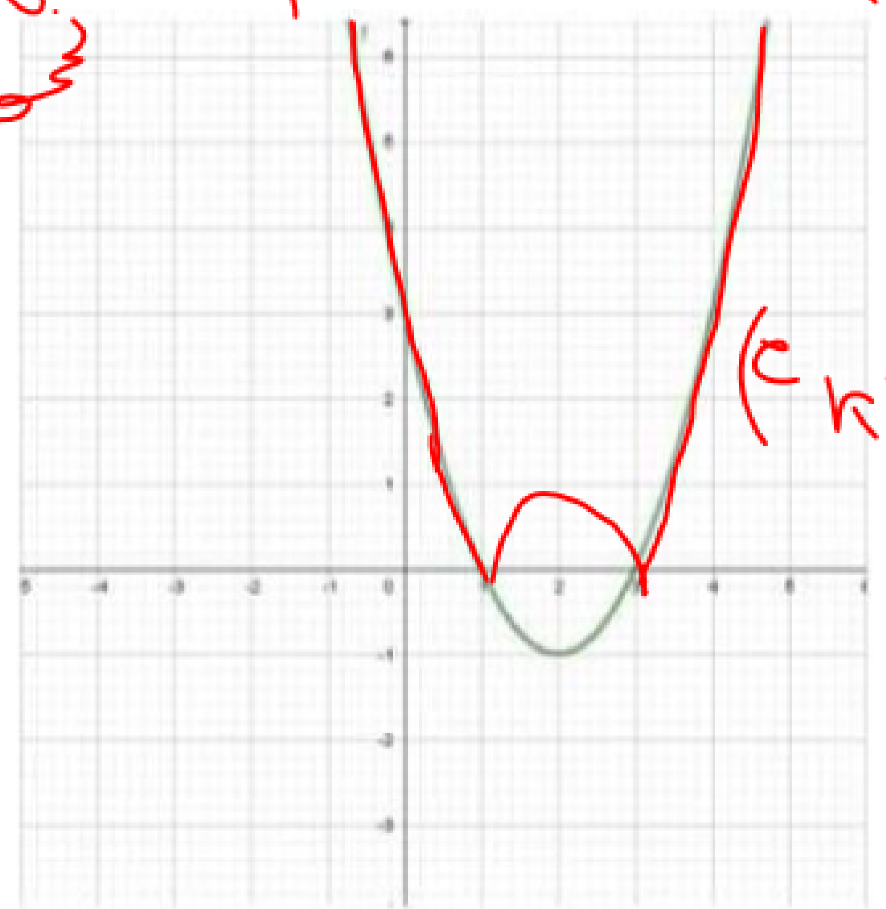
$$|?| = \begin{cases} ? & ? \geq 0 \\ -? & ? < 0 \end{cases}$$

$= k(x) = |f(x)|$

$$k(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) \geq 0 \\ -f(x), & f(x) < 0 \end{cases}$$

لرسم (C_k) نرسم (C_f) ثم نستنتج (C_k)

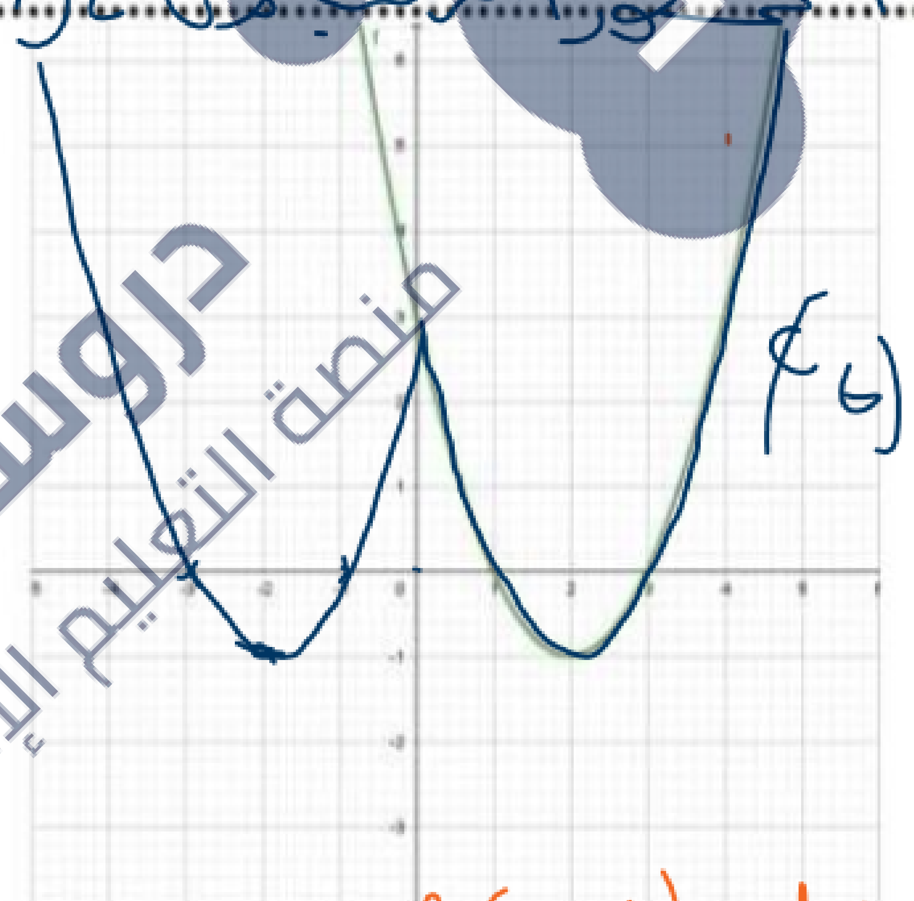
نحتفظ بالجزء فوق محور الفواصل ثم نناظر الجزء المرسوم تحت محور الفواصل بالنسبة لمحور الفواصل



(C_k)

$t(x) = f(|x|) = \begin{cases} f(x) : x \in \mathbb{R}^+ \\ f(-x) : x \in \mathbb{R}^- \end{cases}$ زوجية

لرسم (C_t) نستنتج (C_f) في المجال $\mathbb{R}^+$ ثم نناظر بالنسبة لمحور التراتيب لأن t زوجية



(C_t)

$$|x| = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{R}^+ \\ -x, & x \in \mathbb{R}^- \end{cases}$$

$$t(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = t(x)$$

التمرين الأول:

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بالشكل $f(x)=\frac{2x-1}{x-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

$f(0)=1$

الجزء الأول:

1- عين العددين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $f(x)=a+\frac{b}{x-1}$.

$g = \frac{1}{x+a}+b$

2- فكك الدالة f إلى مركب دالتين u و v يطلب تعينهما.

3- استنتج اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}-\{1\}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4- بين أن المنحنى البياني للدالة f هو صورة المنحنى البياني للدالة مقلوب بانسحاب يطلب تعيين شعاعه.

$\vec{u}\binom{a}{b}$

5- أنشئ (C_f) .

6- بين أن النقطة $\Omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

الجزء الثاني:

g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي: $g(x)=\frac{2|x|-1}{|x|-1}$.

1- أكتب عبارة g بدون القيمة المطلقة.

2- أوجد العلاقة بين الدالة g والدالة f .

3- استنتج طريقة لرسم منحنى الدالة g انطلاقا من منحنى الدالة f .

① إيجاد a و b :

$$a+\frac{b}{x-1}=\frac{a(x-1)+b}{x-1}$$

$$=\frac{ax-a+b}{x-1}$$

$$=f(x)$$

① $\begin{cases} a=2 \\ -a+b=-1 \end{cases}$ ②

نعوض ② في a

$$-2+b=-1$$

$$b=-1+2$$

$$\boxed{b=1}$$

$$f(x)=2+\frac{1}{x-1}$$

ط 3) القسمة الإقليدية :

$$\begin{array}{r|l} 2x-1 & x-1 \\ \hline 2x-2 & 2 \\ 0+1 & \end{array}$$

أكمل

أباقي

$$\boxed{\frac{2x-1}{x-1}=2+\frac{1}{x-1}}$$

ط 4)

$$f(x)=\frac{2x-1}{x-2}$$

$$=\frac{2x-2+2-1}{x-1}$$

$$=\frac{2x-2}{x-1}+\frac{1}{x-1}$$

$$=\frac{2(x-1)}{(x-1)}+\frac{1}{x-1}$$

$$=2+\frac{1}{x-1}$$

a b

2) كتابة f على شكل مركب دالتين.

$f(x) = 2 + \dfrac{1}{x-1}$

$x \longmapsto x-1 \longmapsto \dfrac{1}{x-1}+2$

$\begin{cases} u(x) = x-1 \\ v(x) = \dfrac{1}{x}+2 \end{cases}$

$f = v \circ u$

$(v \circ u)(x) = v(u(x))$

$= \dfrac{1}{x-1}+2 = f(x)$

3) استنتاج تغيرات الدالة f

على المجال $]1;+\infty[$

الدالة u متزايدة تماما على $]1;+\infty[$

معرفة على $]1;+\infty[$ بالقيم في $]0;+\infty[$

$x-1>0$ معناه $x>1$

الدالة v متناقصة تماما على $]0;+\infty[$ ومنه f متناقصة تماما على $]1;+\infty[$

على المجال $]-\infty;1[$:

الدالة u متزايدة تماما على $]-\infty;1[$

صورة $]-\infty;1[$ بـ u هي $]-\infty;0[$

$(x-1<0 ; x<1)$

والدالة متناقصة تماما على $]-\infty;0[$

ومنه f متناقصة تماما على $]-\infty;1[$

نبين أن (C) صورة منحنى الدالة مقلوب بانسحاب شعاعه

$$f(x)=2+\frac{1}{x-1}$$

لتكن $M(x;y)$ من (C) يعني: $y=f(x)$ أي $y=2+\frac{1}{x-1}$

$$y-2=\frac{1}{x-1}$$

نضع $\begin{cases} X=x-1 \\ Y=y-2 \end{cases}$

$(*)$

$\overrightarrow{M'M}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

العلاقة (ها) تصبح، $y = \frac{1}{x}$

إذن $M'(x;y)$ نقطة من

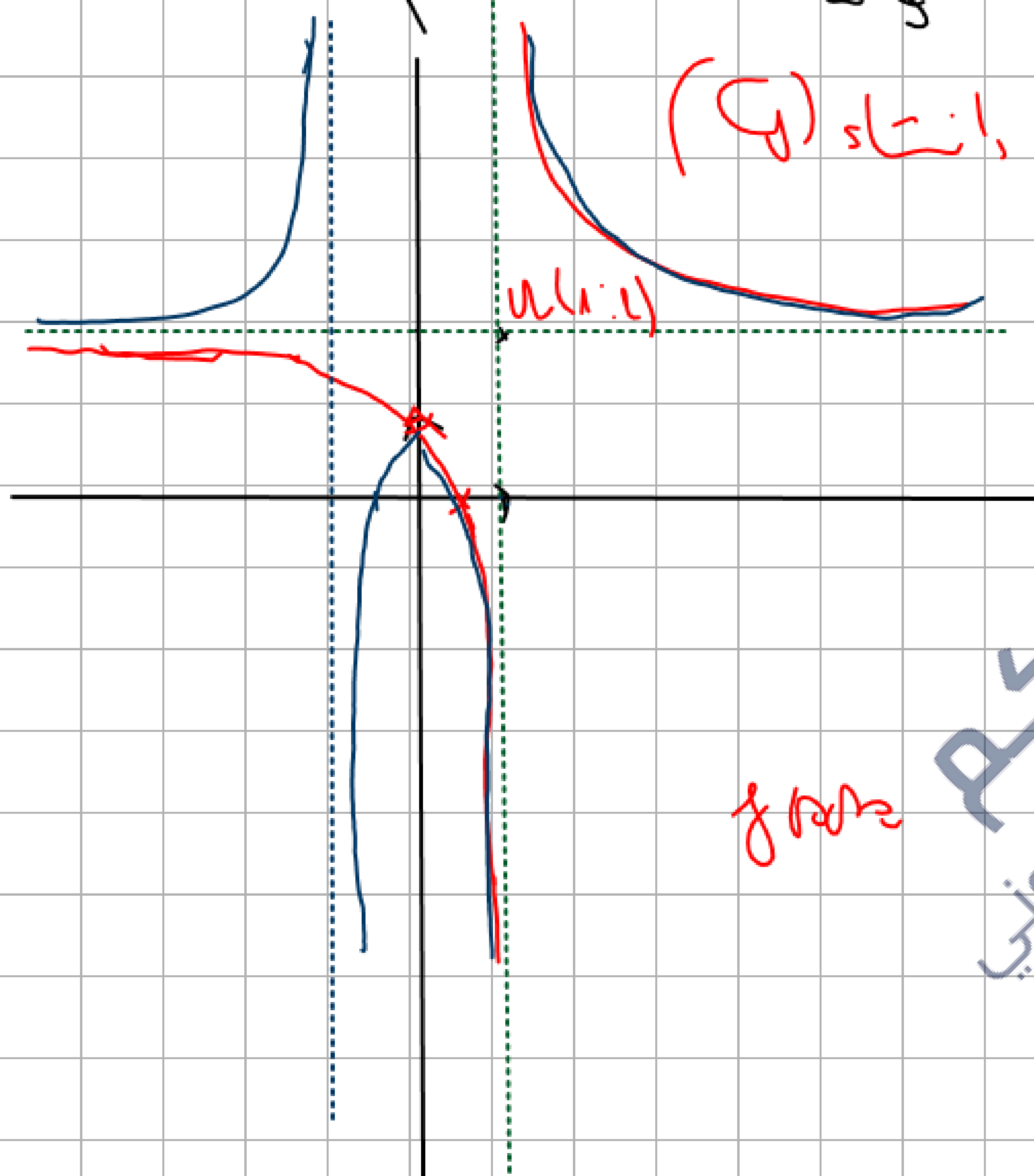
منحنى الدالة مقلوب.

$\overrightarrow{M'M}\begin{pmatrix} x - X \\ y - Y \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{M'M}\begin{pmatrix} x-(x-1) \\ y-(y-2) \end{pmatrix}$

ومنه

إنشاء (C_f)



نقاط التقاطع مع محور الفواصل: نحل المعادلة $f(x)=0$

$\frac{2x-1}{x-1}=0$ معناه $2x-1=0$ و $x-1\neq0$

$x=\frac{1}{2}$ و $x\neq1$

$A\left(\frac{1}{2};0\right)$

* نقطة تقاطع مع محور التراتيب: نحسب $f(0)$

$f(0)=1$

$B(0;1)$

نبين أن $\Omega(\overset{\alpha}{1},\overset{\beta}{2})$ هي مركز تناظر لـ (C_f)

من أجل كل $x \in D_f$; $2-x \in D_f$

نبين أن $f(2-x)+f(x) = 4$

لدينا $x \in \mathbb{R} - \{1\}$

$$f(2-x)+f(x) = \frac{2(2-x)-1}{(2-x)-1} + \frac{2x-1}{x-1}$$

$$= \frac{4-2x-1}{1-x} + \frac{2x-1}{x-1}$$

$$= \frac{(3-2x)\times(-1)}{(1-x)\times(-1)} + \frac{2x-1}{x-1}$$

$$= \frac{2x-3+2x-1}{x-1}$$

$$= \frac{4x-4}{x-1} = \frac{4\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}} = 4 = 2\times 2$$

ومنه $\Omega(1;2)$ هي مركز تناظر لـ (C_f)

$D_g = \mathbb{R} - \{-1 ; 1\}$; $g(x) = \dfrac{2|x| - 1}{|x| - 2}$

-1 $\quad 0 \quad$ 1

$|x| = -x$ $\qquad$ $|x| = x$

كتابة g دون رموز القيمة المطلقة

$g(x) = f(|x|) \longrightarrow g(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-1}{x-2}, & x \in [0;1[\cup]1;+\infty[\\ \dfrac{-2x-1}{-x-2}, & x \in]-\infty;-1[\cup]-1;0[\end{cases}$

إيجاد علاقة بين (C_f) و (C_g)

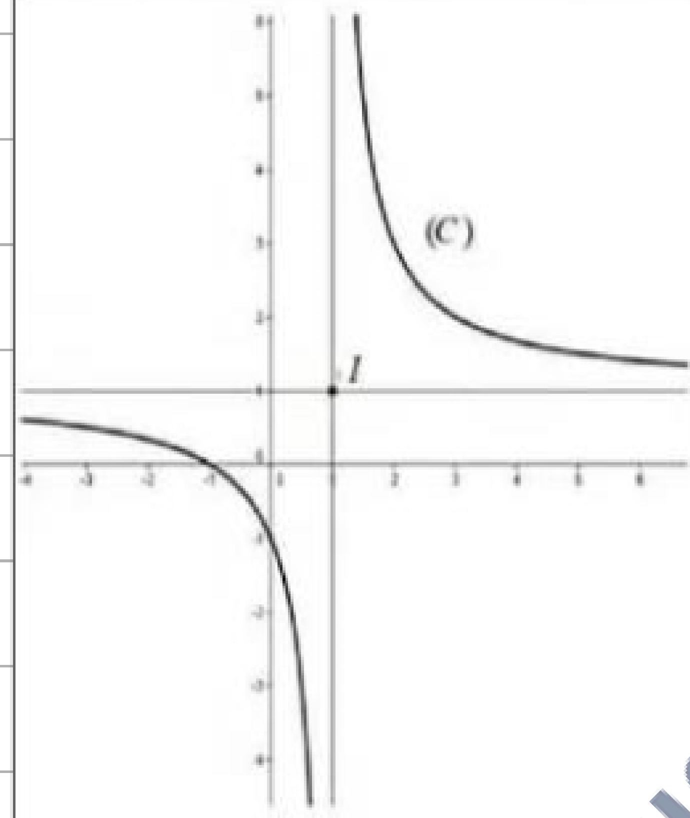
على المجال $[0;1[\cup]1;+\infty[$ لدينا $g(x) = f(x)$ يعني منه (C_g) ينطبق على (C_f)

و على $]-\infty;-1[\cup]-1;0[$ (C_g) هو نظير (C_g) المرسوم في $[0;1[\cup]1;+\infty[$ بالنسبة لمحور التراتيب.

التمرين الأول :

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$

و (C) منحناها البياني المقابل



الجزء الأول:

1) أ) تحقق أن $f(x)=1+\dfrac{2}{x-1}$.

ب) بين أن النقطة $I(1,1)$ مركز تناظر للمنحنى (C).

2) حل بيانيا المعادلة $f(x)=0$ واستنتج اشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}-\{1\}$.

3) حدد جدول تغيرات الدالة f.

الجزء الثاني : g و h و k دوال معرفة كما يلي :

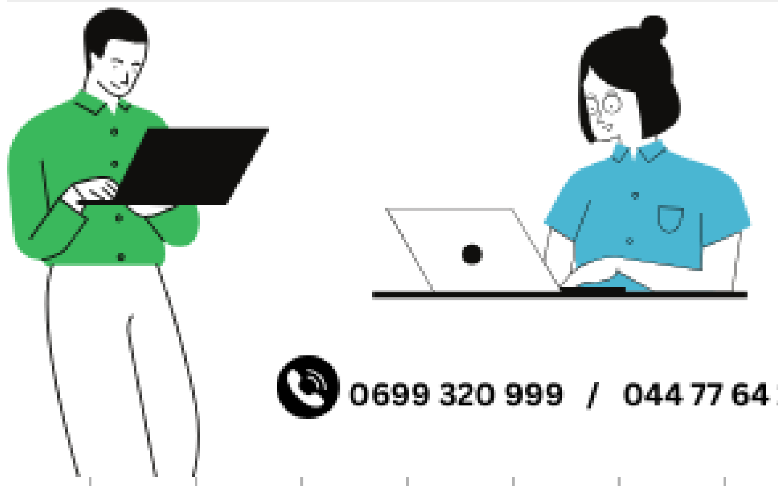
$g(x)=|f(x)|$ ، $h(x)=f(x+1)-1$ ، $k(x)=g(|x|)$

1) أ) أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب) ارسم (γ) منحنى الدالة g في نفس المعلم .

2) اشرح كيفية رسم (C_h) منحنى الدالة h انطلاقا من منحنى الدالة f ثم ارسمه في نفس المعلم.

3) اشرح كيفية رسم (C_k) منحنى الدالة k انطلاقا من منحنى الدالة g ثم ارسمه في نفس المعلم.



التمرين الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2+2x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I) 1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=(x+1)^2-1$.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-1;+\infty[$ و $]-\infty;-1]$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) عين نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4) بين أن المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f).

5) أنشئ المنحنى (C_f).

II) g و h الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=f(|x|)$ ، $h(x)=|f(x)|$

1) بين أن g دالة زوجية.

2) أكتب كلا من g و h دون رمز القيمة المطلقة.

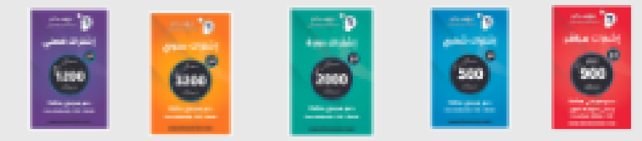
3) إستنتج تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

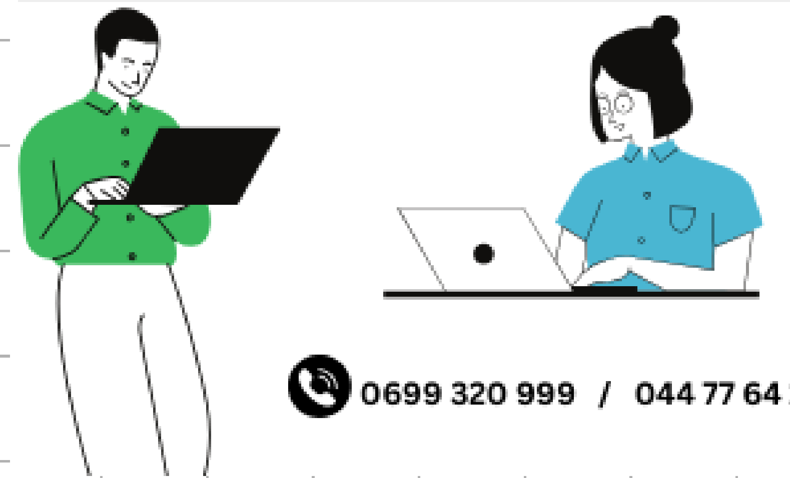
4) أنشئ كلا من (C_g) و (C_h) المنحنيين الممثلين للدالتين g و h إعتمادا على (C_f).

III) k دالة معرفة كمايلي : $k(x)=\sqrt{x^2+2x}$

1) بين أن : $D_k=]-\infty;-2]\cup[0;+\infty[$

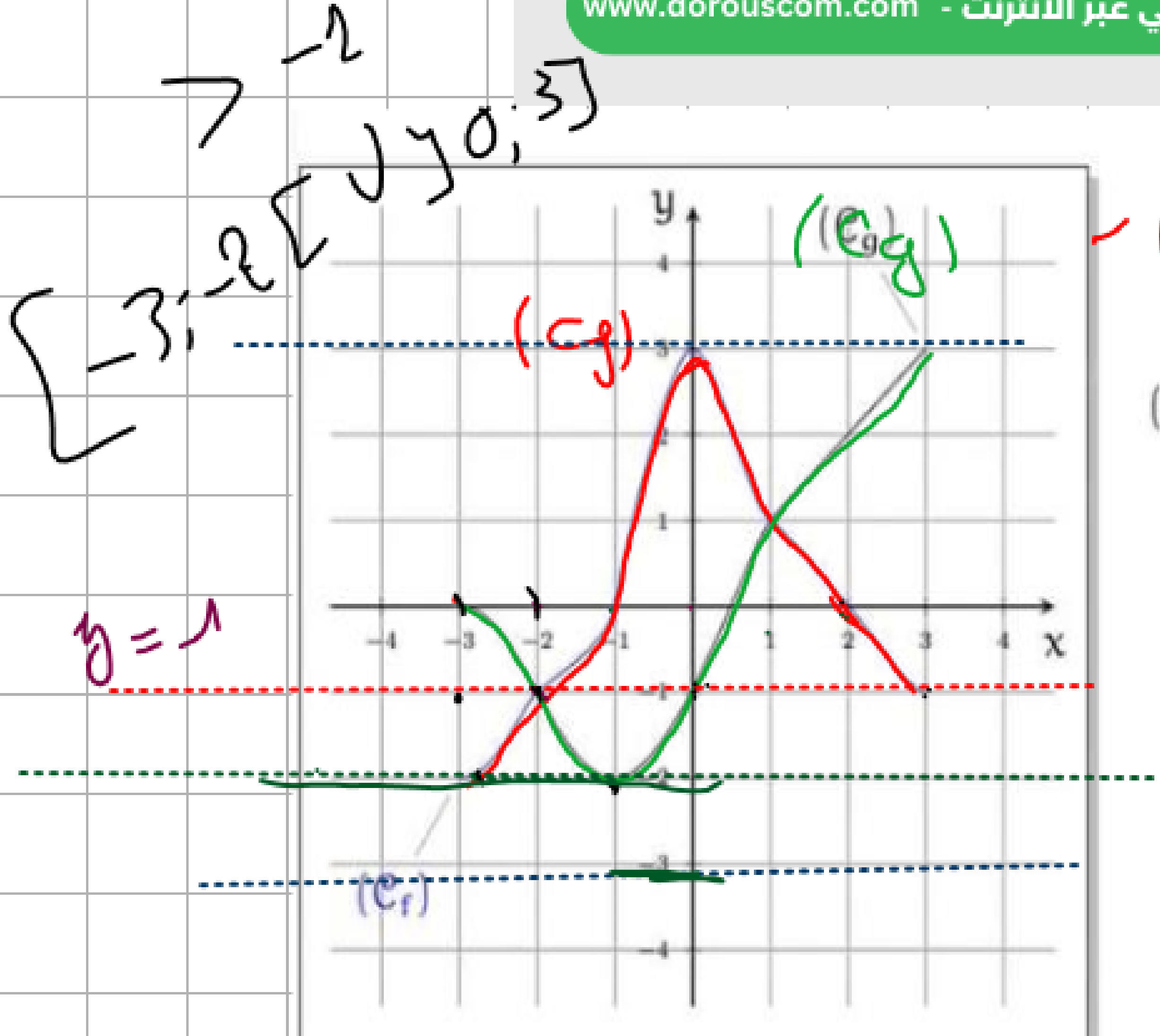
2) عين إتجاه تغير الدالة k على المجالين : $[0;+\infty[$ و $]-\infty;-2]$.





التمرين الثاني:

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ليكن (C_f) و (C_g) التمثيلان البيانيان للدالتين f و g كما هو موضح في البيان المقابل.



① عين $D_{g\circ f}$.

② عين كل من $(g\circ f)(-1)$، $(f\circ g)(0)$ و $(g\circ f\circ g)(-1)$.

③ حل بيانيا المعادلتين : $(g\circ f)(x) = -1$ و $(f\circ g)(x) = -1$.

④ حل بيانيا المتراجحتين : $(g\circ f)(x) > -1$ و $(f\circ g)(x) < -1$.

$(g\circ f\circ g)(-1) = (g\circ f)(g(-1)) = g(3) = 3$

$g(f(0))$

① $D_{g\circ f} = \{x \in D_f ; f(x) \in D_g\}$

$= \{x \in [-1;3] ; f(x) \in [-1;3]\}$

$= [-3;1]$

$-3 \leq f(x) \leq 3$

$(g\circ f)(x) = -1$

$g(f(x)) = -1$

نضع $t = f(x)$ المعادلة تصبح

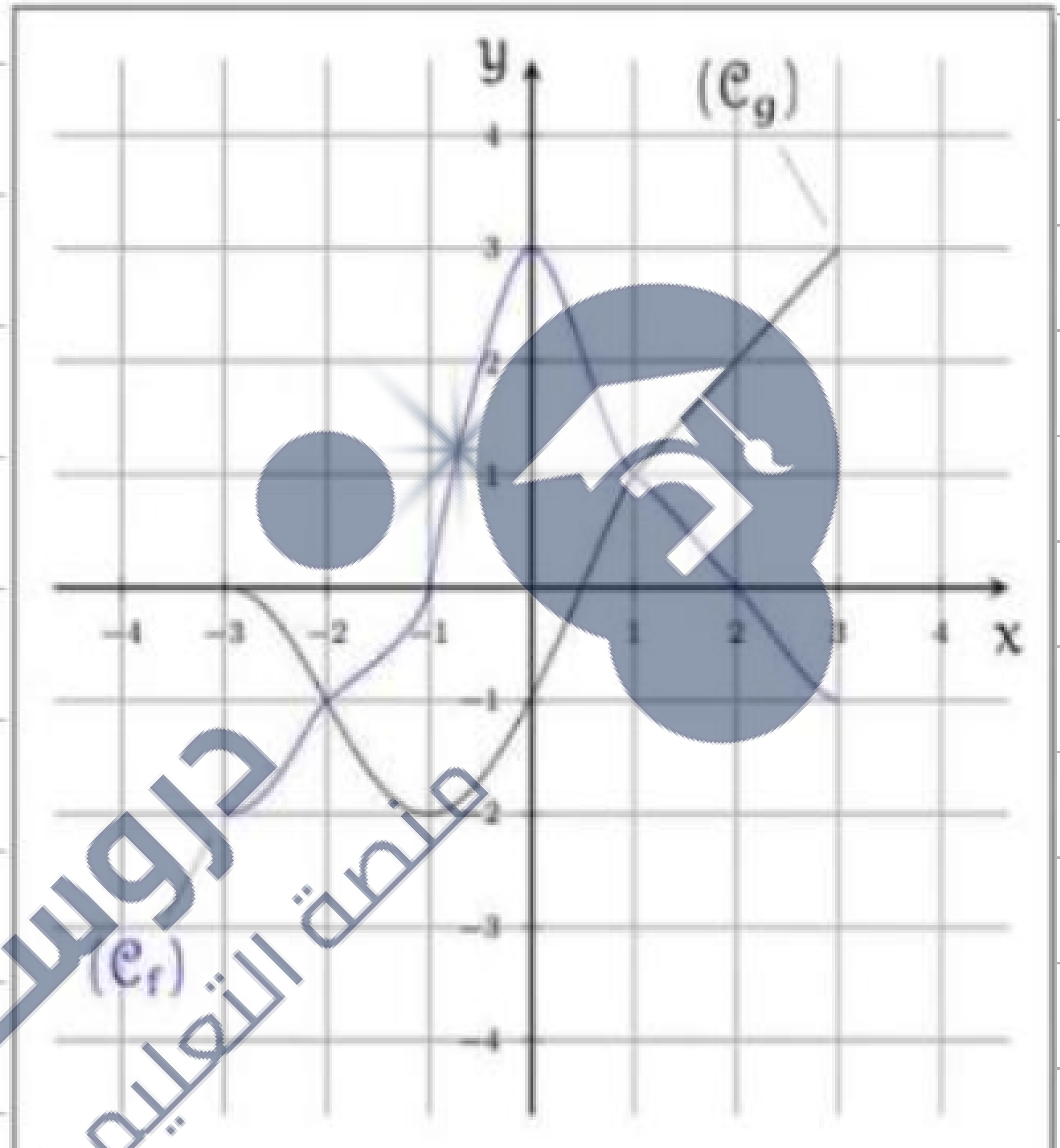
$g(t) = -1$ لها حلان

$t = -2$ أو $t = 0$

$x = -3 \Leftarrow f(x) = -2$

$x = 1$ أو $x = 2 \Leftarrow f(x) = 0$

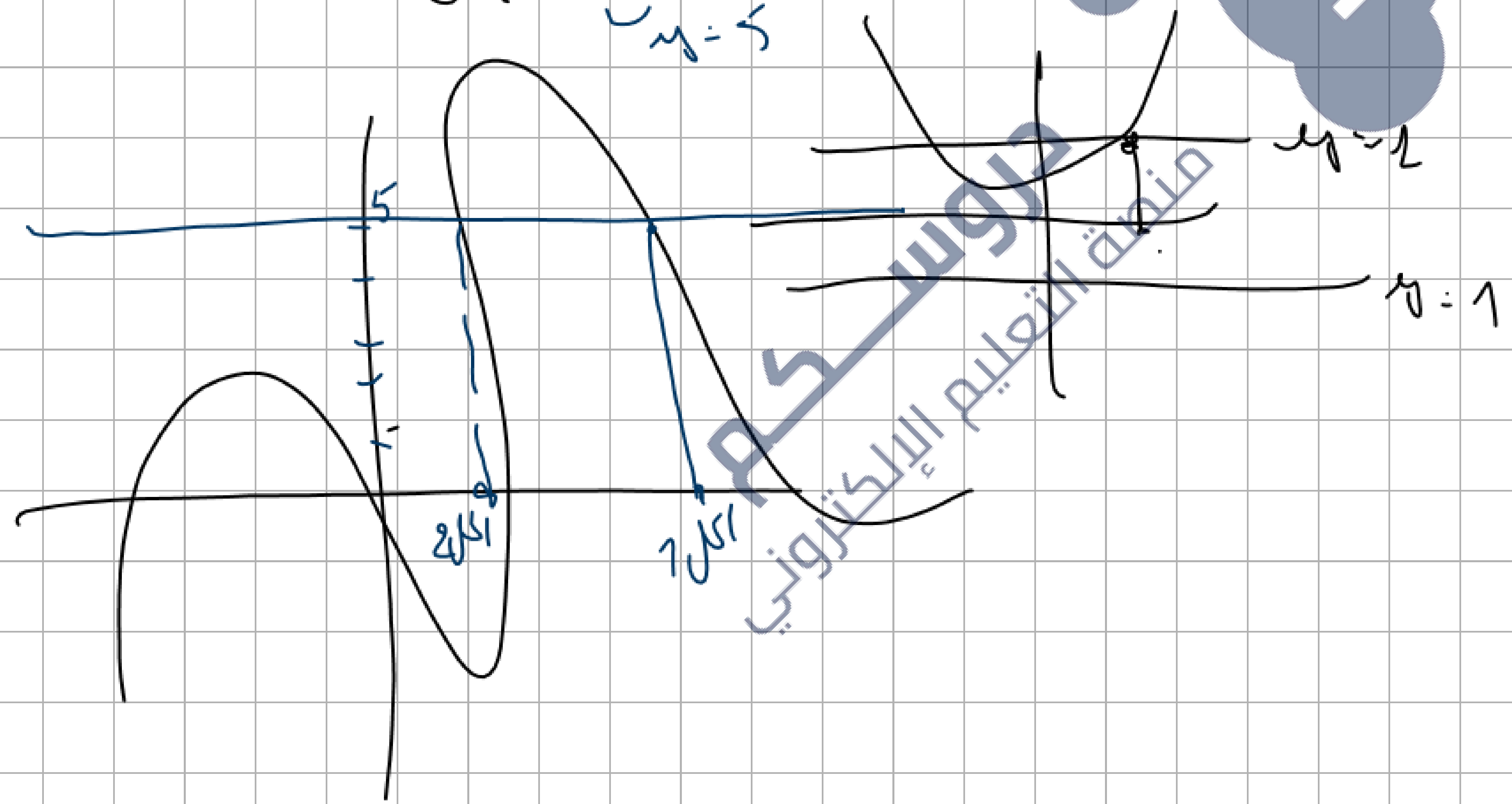
ومنه حلول المعادلة $(g\circ f)(x) = -1$ هي $\{-3; 1; 2\}$



الحل البياني

$f(x) = m$ هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = m$ (أفقي)

$f(x) = 5$



$(g \circ f)(x) > -1$

$g(f(x)) > -1$

$g(t) > -1$

$f(x) \in$ $t \in]0;3]$ أو $f(x) \in$ $t \in [-3;-2[$

$0 < f(x) \leq 3$ $\quad -3 \leq f(x) < -2$

$x \in]-3;2[$

لا توجد حلول

التمرين الأول:

I) لتكن الدالة f المعرفة على مجموعة D من $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+3}{x+2}}$

① بين أن $D=]-\infty;-3]\cup]-2;+\infty[$.

② بين أن $f=g\circ h$ حيث g هي الدالة جذر تربيعي و h دالة يطلب تعيينها ثم عين مجموعة تعريفها D_h.

③ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_h فإن $h(x)=1+\dfrac{1}{x+2}$.

④ إشرح طريقة رسم المنحنى (C_h) الممثل للدالة h في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

⑤ بين أن النقطة $\Omega(-2;1)$ مركز تناظر المنحنى (C_h).

⑥ عين إتجاه تغير الدالة f عل كل من المجالين $]-\infty;-3]$ و $]-2;+\infty[$

II) نعتبر الدالتين h_1 و h_2 حيث $h_1=|h(x)|$ و $h_2(x)=h(-|x|)$.

① إشرح طريقة رسم (C_{h_1}) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

② عين D_{h_2}

③ اثبت أن الدالة h_2 دالة زوجية.

④ أكتب $h_2(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

⑤ إشرح طريقة رسم (C_{h_2}) منحنى الدالة h_2 إنطلاقا من (C_h).

التمرين الأول:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{4\}$ بـ: $f(x)=a+\dfrac{b}{x-4}$ حيث a و b عددان حقيقيان (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$، كما هو موضح في البيان أسفله .

① عين شعاع الإنسحاب الذي يسمح بالإنتقال من منحنى الدالة مقلوب إلى المنحنى (C_f).

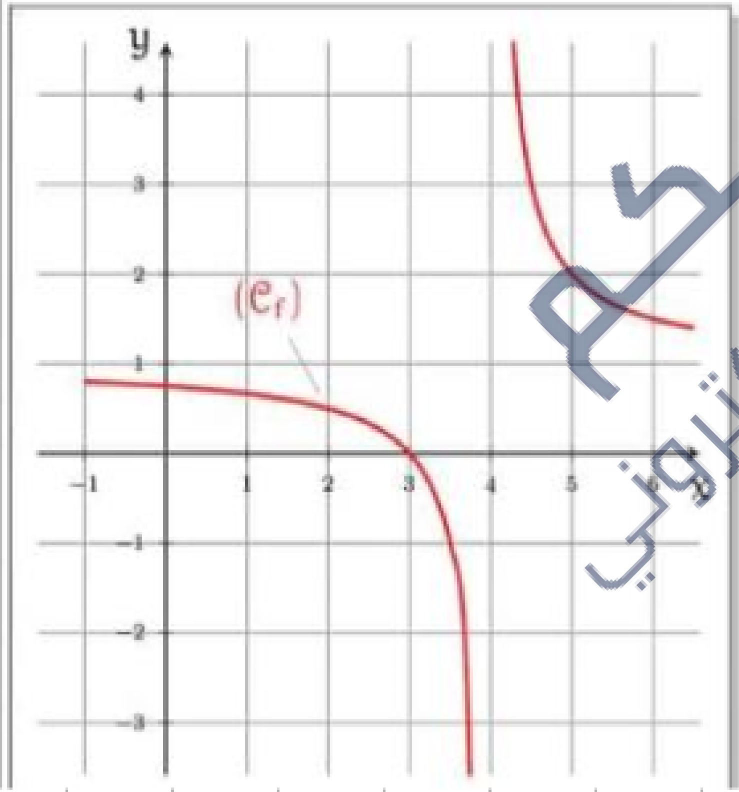
② استنتج عبارة الدالة f.

③ شكل جدول تغيرات الدالة f.

④ خمن بيانيا إحداثيتي مركز تناظر المنحنى (C_f) ثم تأكد جبريا.

⑤ حل بيانيا المتراجحة $f(x)\geqslant 0$.

⑥ لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{4\}$ بـ: $g(x)=\left|\dfrac{x-3}{x-4}\right|$



① أكتب $g(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة.

② إشرح كيفية إنشاء (C_g) إنطلاقا من (C_f) ثم أنشئه.

③ باستعمال إتجاه تغير مركب دالتين، أدرس إتجاه تغير الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{4\}$ بـ: $h(x)=[f(x)]^2$

التمرين السابع:

في كل حالة من الحالات التالية بين أن α جذر لكثير الحدود $f(x)$ ثم عين الأعداد الحقيقية a,b,c حيث $f(x)=(x-\alpha)(ax^2+bx+c)$ ثم عين جميع جذور $f(x)$ وأدرس إشارته:

$$f(x)=x^3-x^2+x+3;\ \alpha=-1$$

$$f(x)=2x^3-x^2+2x-16;\ \alpha=2$$

$$f(x)=x^3+3x^2-4;\ \alpha=1$$

$$f(x)=3x^3-15x^2-3x+15;\ \alpha=-1$$

$$f(x)=4x^3-4x^2-15x+18;\ \alpha=-2$$

التمرين السابع:

في كل حالة من الحالات التالية بين أن α جذر لكثير الحدود $f(x)$ ثم عين الأعداد الحقيقية a,b,c حيث $f(x)=(x-\alpha)(ax^2+bx+c)$ ثم عين جميع جذور $f(x)$ وأدرس إشارته:

$$f(x)=x^3-x^2+x+3;\ \alpha=-1$$

$$f(x)=2x^3-x^2+2x-16;\ \alpha=2$$

$$f(x)=x^3+3x^2-4;\ \alpha=1$$

$$f(x)=3x^3-15x^2-3x+15;\ \alpha=-1$$

$$f(x)=4x^3-4x^2-15x+18;\ \alpha=-2$$

التمرين السابع:

في كل حالة من الحالات التالية بين أن α جذر لكثير الحدود $f(x)$ ثم عين الأعداد الحقيقية a,b,c حيث $f(x)=(x-\alpha)(ax^2+bx+c)$ ثم عين جميع جذور $f(x)$ وأدرس إشارته:

$$f(x)=x^3-x^2+x+3;\ \alpha=-1$$

$$f(x)=2x^3-x^2+2x-16;\ \alpha=2$$

$$f(x)=x^3+3x^2-4;\ \alpha=1$$

$$f(x)=3x^3-15x^2-3x+15;\ \alpha=-1$$

$$f(x)=4x^3-4x^2-15x+18;\ \alpha=-2$$