

## ① تساوي دالتين:

### تعريف:

القول عن دالتين  $f$  و  $g$  أنهما متساويتان، يعني أن

لهما نفس مجموعة التعريف  $D$ .

وأن من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D$ ، لدينا:  $f(x) = g(x)$ .

ونكتب:  $f = g$ .



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





**التمرين الخامس:** بين في كل حالة هل الدالتين متساويتين

1)  $f(x) = \sqrt{x^2}$ ;  $g(x) = x$  أم لا؟

2)  $f(x) = \sqrt{x^2}$ ;  $g(x) = |x|$

3)  $f(x) = \sqrt{4(x-3)^2}$ ;  $g(x) = 2|3-x|$

4)  $f(x) = \sqrt{(5x-10)^2}$ ;  $g(x) = 5|x-2|$

5)  $f(x) = |x|$ ;  $g(x) = \frac{x^2}{|x|}$

6)  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ ;  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

7)  $f(x) = \frac{\sqrt{x+\sqrt{3}}}{x-1}$ ;  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-\sqrt{3}}}$

8)  $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ ;  $g(x) = 1 + \frac{1}{x-2}$

9)  $f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^2-1}$ ;  $g(x) = \frac{x^2+4x+4}{(x-1)(x+1)}$

10)  $f(x) = \frac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}$ ;  $g(x) = 1 + \frac{2}{x-3}$

11)  $f(x) = \sqrt{3x^3 + 2x^2}$ ;  $g(x) = |x|\sqrt{3x+2}$

12)  $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x+1}$ ;  $g(x) = x+1$

الحل:  
1) لا  
2) لا  
3) لا  
4) لا  
5) لا  
6) لا  
7) لا  
8) لا  
9) لا  
10) لا

$D_f = \mathbb{R}$ ,  $D_g = \mathbb{R}$

لذا  $D_f = D_g = \mathbb{R}$  الشرط الأول محقق

$f(x) = \sqrt{x^2} = |x| \neq x$





1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$4(x-3)^2$$

$$f(x) = \sqrt{4(x-3)^2}, g(x) = 2|3-x| \quad (3)$$

$$D_f = \mathbb{R} = D_g$$

ليكن  $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = \sqrt{4(x-3)^2}$$

$$= \sqrt{4 \times (x-3)^2}$$

$$= 2|x-3|$$

$$= 2|-(3-x)|$$

$$= 2|3-x| = g(x)$$

$$f = g$$

ان  $f \neq g$  (مستأنف)

$$f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = |x| \quad (2)$$

$$D_f = D_g = \mathbb{R}$$

لنأخذ هنا  $x = -1$

$$f(-1) = \sqrt{(-1)^2} = 1, g(-1) = |-1| = 1$$

$$f = g$$

$$f(x) = \sqrt{(5x-10)^2}$$

يكن  $x \in \mathbb{R}$

$$(a \times b)^2 = a^2 \times b^2$$

$$= \sqrt{[5(x-2)]^2}$$

$$= \sqrt{5^2 \times (x-2)^2}$$

$$= \sqrt{5^2} \sqrt{(x-2)^2}$$

$$= 5|x-2|$$

$$= g(x)$$

ومن  $f = g$

دعينا نثبت

$$A = B$$

$$A = \dots = B \quad (1)$$

$$B = \dots = A \quad (2)$$

$$A = \dots = C \quad (3)$$

$$B = \dots = C \quad (4)$$

$$A - B = 0 \quad (5)$$

$$f(x) = \sqrt{(5x-10)^2} \quad (6)$$

$$g(x) = 5|x-2|$$

$$D_f = \mathbb{R} = D_g$$

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$x \neq 1$   
 $\sqrt{x-1} \neq 0$  و  $x \geq 0$   
 $\sqrt{x} \neq 1$  و  $x \in [0, +\infty[$   
 $x \neq 1$  و  $x \in [0, +\infty[$   
 $D_f = [0, 1[ \cup ]1, +\infty[$   
 $x-1 \neq 0$  و  $x \geq 0$

$x \neq 1$  و  $x \in [0, +\infty[$   
 $D_f = [0, 1[ \cup ]1, +\infty[$   
 $D_f = D_g$

$f(x) = |x|$  ;  $g(x) = \frac{x^2}{|x|}$  (5)

$D_f = \mathbb{R}$   
 $D_g = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$D_f \neq D_g$   
 $f \neq g$

$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$  ;  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$  (6)

$D_f \neq D_g$



ملف الحصة المباشرة و المسجلة

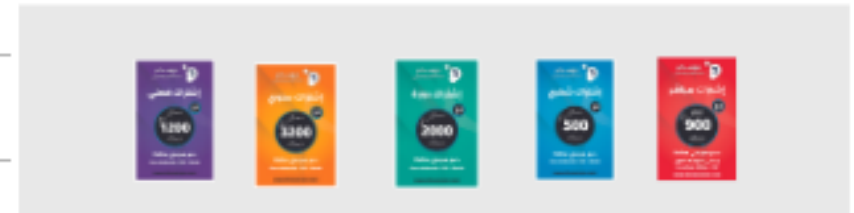


1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





ليكن  $x \in [0; 1[ \cup ]1; +\infty[$

$$f(x) = \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}-1} = g(x)$$

ونحن  
نلاحظ بسهولة  
 $f = g$

$x \in \mathbb{D}$

$$g(x) = \frac{1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x})^2-1} = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1} = f(x)$$

مرافقاً  $a-b$  من  $a+b$   
مرافقاً  $a+b$  من  $a-b$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(x-1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x})^2 - 1^2}{(x-1)(\sqrt{x}-1)}$$

أحصل على بطاقة الإشتراك



حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



لأنه  $\sqrt{x} \neq \sqrt{3}$  و  $x \in [0; +\infty[$   
 $x \neq 3$  و  $x \in [0; +\infty[$   
 $D_g = [0; 3[ \cup ]3; +\infty[$   
 $D_f \neq D_g$   
 $D_f \neq D_g$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 1}$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$$

لأنه  $x - 1 \neq 0$  و  $x > 0$   
 $x \neq 1$  و  $x \in [0; +\infty[$   
 $D_f = [0; 1[ \cup ]1; +\infty[$   
 $D_g = [0; +\infty[$   
 $\sqrt{x} - \sqrt{3} \neq 0$  و  $x > 0$

7

$$g(x) = \frac{2x(x-2) + 1}{x-2}$$

$$= \frac{x-2+1}{x-2}$$

$$= \frac{x-1}{x-2} = f(x)$$

$$f = g$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$8) f(x) = \frac{x-1}{x-2}; g(x) = 1 + \frac{1}{x-2}$$

$$9) f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^2-1}; g(x) = \frac{x^2+4x+4}{(x-1)(x+1)}$$

$$10) f(x) = \frac{x^2-4x+3}{(x-3)^2}; g(x) = 1 + \frac{2}{x-3}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$D_f = D_g$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$g(x) = 1 + \frac{1}{x-2}$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك





$$D_f = \mathbb{R} - \{3\} \quad (10)$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{3\}$$

$$D_f = D_g \text{ دة}$$

$$10) f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-3)^2}; g(x) = 1 + \frac{2}{x-3}$$

$$g - 1 = \frac{2}{x-3} \Rightarrow 0$$

$$f(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-3)(x-3)}$$

$$g(x) = \frac{x-3+2}{x-3}$$

$$= \frac{x-1}{x-3} \quad (1)$$

$$D_f = D_g \text{ اذن}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{3\} \text{ ليكن}$$

$$f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^2-2}$$

$$= \frac{x^2 + 4x + 4}{(x-1)(x+1)}$$

$$= g(x)$$

$$f = g \text{ دة}$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$x_0 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + 2}{2} = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3) \quad \text{و}$$

$$f(x) = \frac{(x - 1)(x - 3)}{(x - 3)(x - 3)}$$

$$= \frac{x - 1}{x - 3} \quad \text{و}$$

$$f = g \quad \text{و}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 3)^2}$$

$$x^2 - 4x + 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4(1)(3)$$

$$\Delta = 16 - 12 = 4 = 2^2$$

له جذران ؛

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك







ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$3x+2 > 0 \Rightarrow x > -\frac{2}{3}$$

$$x \geq -\frac{2}{3}$$

$$x \in \left[-\frac{2}{3}, +\infty\right)$$

$$D_f = D_g$$

لدينا  $x \in D_f$

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{3x^3 + 2x^2} \\ &= \sqrt{x^2(3x+2)} \\ &= \sqrt{x^2} \sqrt{3x+2} \\ &\Rightarrow |x| \sqrt{3x+2} = f(x) \end{aligned}$$

$$11) f(x) = \sqrt{3x^3 + 2x^2}; g(x) = |x| \sqrt{3x+2}$$

$$12) f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x+1}; g(x) = x+1$$

$$x \geq -\frac{2}{3} \Rightarrow 3x+2 > 0$$

$$D_f = \left[-\frac{2}{3}, +\infty\right)$$

$$3x^3 + 2x^2 > 0$$

$$x^2(3x+2) > 0$$

$$3x+2 > 0$$

$$x \geq 0$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$f = g$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\} \quad (1, 2)$$

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D_f \neq D_g$$

$$f \neq g$$

منصة دروسكم الإلكترونية



## ② العمليات الجبرية على الدوال:

$f$  و  $g$  دالتان معرفتان على  $D_f$  و  $D_g$  على الترتيب،  $\lambda$  و  $k$  عدنان حقيقيان.

مجموعة التعريف	التعريف	الرمز	العملية
$D_f$	$(f+k)(x) = f(x) + k$	$f+k$	مجموع $f$ و $k$
$D_f \cap D_g$	$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$	$f+g$	مجموع $f$ و $g$
$D_f$	$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$	$\lambda f$	جداء $f$ بالعدد $\lambda$
$D_f \cap D_g$	$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$	$f \times g$	جداء $f$ و $g$
$\{x \in D_f \cap D_g : g(x) \neq 0\}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f}{g}$	حاصل قسمة $f$ على $g$
$D_f$	$ f (x) =  f(x) $	$ f $	القيمة المطلقة لـ $f$

$x^2$   
 $x^3$   
 $x^2 + 2$   
 $x^2 \times \frac{1}{x} = x$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



**مثال:**  $f$  و  $g$  دالتان حيث:  $f(x) = x^2$  و  $g(x) = \frac{1}{x}$   
لدينا:  $D_f = \mathbb{R}$  و  $D_g = \mathbb{R}^*$ ، إذن:  $\mathbb{R} \cap \mathbb{R}^* = \mathbb{R}^*$

الذالة  $\frac{f}{g}$  معرفة على  $\mathbb{R}^*$ ، بـ:  $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2}{\frac{1}{x}} = x^3$

الذالة  $f+g$  معرفة على  $\mathbb{R}^*$ ، بـ:  $(f+g)(x) = x^2 + \frac{1}{x}$

الذالة  $|f|$  معرفة على  $\mathbb{R}$ ، بـ:  $|f|(x) = |x^2| = x^2$

$f(x) + 2 = x^2 + 2$   
 $-3f + 2 = -3x^2 + 2$

الذالة  $-3f+2$  معرفة على  $\mathbb{R}$ ، بـ:  $(-3f+2)(x) = -3x^2 + 2$

الذالة  $f \times g$  معرفة على  $\mathbb{R}^*$ ، بـ:  $(f \times g)(x) = x^2 \times \frac{1}{x} = x$

$f(x) \cdot g(x) = x^2 \times \frac{1}{x} = x$





$$(f-g)(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 4$$

الالة  $f$  2

$$(2f)(0) = 2f(0) = 2 \times (-3) = -6$$

$$(2f)(1) = 2f(1) = 2 \times (-1) = -2$$

$$(2f)(\sqrt{2}) = 2f(\sqrt{2}) = 2(2\sqrt{2} - 3) = 4\sqrt{2} - 6$$

الالة  $f-g$  10

$$(f-g)(0) = f(0) - g(0) = (-3) - (-1) = -2$$

$$(f-g)(1) = f(1) - g(1) = (-1) - 0 = -1$$

$$(f-g)(\sqrt{2}) = f(\sqrt{2}) - g(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 3 - (1) = 2\sqrt{2} - 4$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصة مباشرة

1

حصة مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$\left(\frac{1}{2}g\right)(1) = \frac{1}{2} \times g(1)$$
$$= \frac{1}{2} \times 0 = 0$$

الالة  $f \times g$

$$(f \times g)(0) = f(0) \times g(0)$$
$$= (-3) \times (1) = 3$$

$$(f \times g)(1) = f(1) \times g(1)$$
$$= (-1) \times 0$$
$$= 0$$

الالة  $g \times \frac{1}{2}$

$$\left(\frac{1}{2}g\right)(0) = \frac{1}{2} \times g(0)$$
$$= \frac{1}{2} \times (-1) = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}g\right)(1) = \frac{1}{2} \times g(1)$$
$$= \frac{1}{2} \times 1$$
$$= \frac{1}{2}$$

دروسكم

منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

حصص مباشرة

1

حصص مسجلة

2

دورات مكثفة

3

أحصل على بطاقة الإشتراك





$$x \in \mathbb{R}$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$= (2x-3) + (x^2-1)$$

$$(f+g)(x) = x^2 + 2x - 4$$

الخاصة  $f+g$  معرفة على  $\mathbb{R}$   
حيث  $x \in \mathbb{R}$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$= (2x-3) - (x^2-1)$$

$\mathbb{R}$

عبارت الدال بـ  $x$

$$f(x) = 2x - 3$$

$$g(x) = x^2 - 1$$

$$D_f = \mathbb{R}; D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f+g} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



$$(f-g)(x) = -x^2 + 2x - 2$$

معرفه  $(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$

$$= (2x-3)(x^2-1)$$

$$= 2x^3 - 2x - 3x^2 + 3$$

$$= 2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



الرائحة : معرفة  $f(x)$  في  $P$

$$\begin{aligned} (2f)(x) &= 2f(x) \\ &= 2(2x-3) \end{aligned}$$

$$(2f)(x) = 4x - 6$$

منصة التعليم الإلكتروني

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



دروسكم  
منصة التعليم الإلكتروني



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



**التمرين السابع:** نعتبر الدالتين  $f; g$  حيث

$$g(x) = 4x + 3; f(x) = 2x^2 - 1$$

- (1) أوجد كل من  $D_f; D_g; D_{f+g}$ .
- (2) أوجد عبارة  $f+g$  بدلالة  $x$ .
- (3) برهن أن الدالة  $2f+g$  هي مربع دالة تالفية يطلب تعيينها.

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





### التمرين الثامن:

نعتبر الدالتين  $f; g$  حيث

$$g(x) = \frac{x+2}{x-1}; f(x) = 2 + \frac{6}{x-1}$$

(1) عين مجموعة تعريف الدوال التالية:

$$f; g; f+g; f-g; f-2g; \frac{f}{g}$$

(2) أوجد عبارة

$$(f+g)(x); (f-g)(x); f-2g; \frac{f}{g}$$

(3) أكتب كل من  $(f+g)(x); (f-g)(x)$  بدلالة  $g(x)$

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





### ③ تركيب الدّوال:

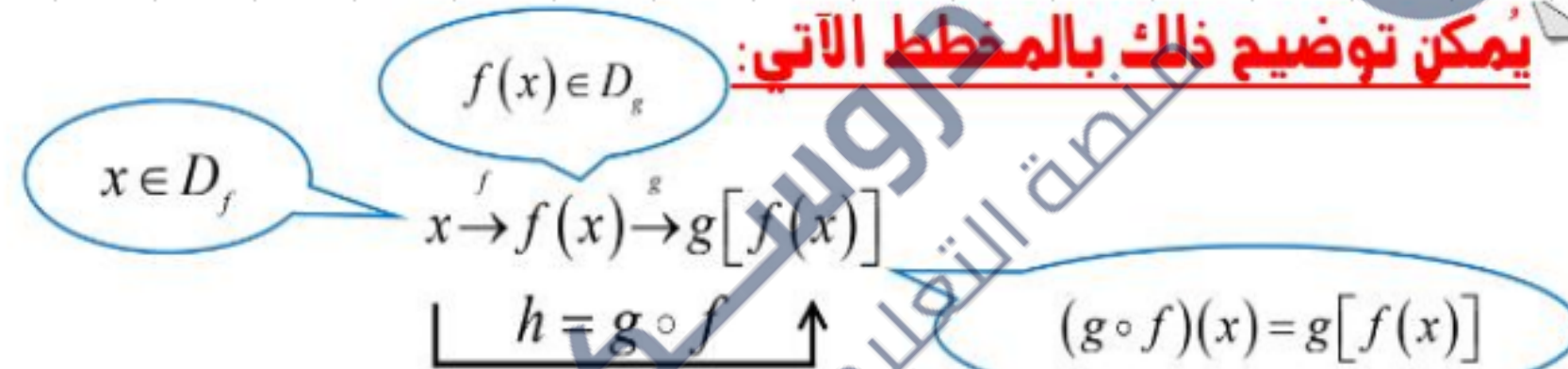
#### تعريف:

$f$  و  $g$  دالتان معرفتان على  $D_f$  و  $D_g$  على الترتيب.  
 ◀ مُركب الدّالة  $f$  متبوعة بالدّالة  $g$  هي الدّالة التي نرمز إليها بالرمز  $g \circ f$  والمعروفة على:

$$D_{g \circ f} = \{x / x \in D_f \wedge f(x) \in D_g\} \quad \text{بـ:} \quad (g \circ f)(x) = g[f(x)]$$

أي:  $(g \circ f): x \mapsto f(x) \mapsto g[f(x)]$ .

#### يُمكن توضيح ذلك بالمخطط الآتي:



$$\text{ومنه:} \quad h(x) = (g \circ f)(x) = g[f(x)]$$

#### ملاحظة:

نقول أنّ  $h$  هي مُركب الدّالة  $f$  متبوعة بالدّالة  $g$ ، ونقول أيضاً أنّ  $h$  هي مُركب الدّالتين  $f$  و  $g$  على الترتيب، ونكتب: " $h = g \circ f$ ", ونقرأ: " $f$  تركيب  $g$ " أو: " $g$  rand  $f$ ".

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك





1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



جامعة  
البحرين  
منطقة التعليم الإلكتروني

