

المستقيم المقارب المائل والأفقي

- 1/ الحالة 1: معادلة مستقيم (Δ) موجودة
- 2/ الحالة 2: معادلة مستقيم (Δ) غير موجودة
- 3/ الحالة 3: سؤال العبارة ①
- 4/ الحالة 4: إيجاد معادلة (Δ) مباشرة

دالة معرفة على: $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ:
 $f(x) = -2x + 1 + \frac{1-x}{x^2-1}$ ، تمثيلها البياني. (C_f)

① بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل:
 $y = -2x + 1$: (Δ) بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

② إنطلاقاً من دستور الدالة f ، إستنتج أن (C_f)
 يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ و
 $-\infty$ ، يُطلب تعيين معادلة له.

③ أحسب: $\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) + 2x]$ ، ماذا تستنتج؟

④ (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته
 من الشكل: $y = ax + b$ ، يُطلب تعيين a و b
 حسابياً (خاص بشعبة رياضيات).

المستقيم المقارب المائل و الأفقي

١) الحالة الخاصة: (C_f) يقبل مستقيم مقارب

مائل / أفقي

$y = ax + b$

$a \neq 0$ | $a = 0$

$y = ax + b$ | $y = b$

مائل / أفقي

بجوار ∞ اذا تحقق

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$$

للمرجم

٢) f دالة معرفة على: $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$:

$$f(x) = -2x + 1 + \frac{1-x}{x^2-1}$$

تمثيلها البياني. (C_f)

① بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل:

$y = -2x + 1$: بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

② إنطلاقاً من دستور الدالة f ، إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ و $-\infty$ ، يُطلب تعيين معادلة له.

③ أحسب: $\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) + 2x]$ ، ماذا تستنتج؟

④ (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته من الشكل: $y = ax + b$ ، يُطلب تعيين a و b حسابياً (خاص بشعبة رياضيات).

المستقيم المقارب المائل و الأفقي

1/ لنرينا:

$$\begin{aligned} \lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) - (-2x + 1)] &= \lim_{|x| \rightarrow \infty} \left[-2x + 1 + \frac{1-x}{x^2-1} - (-2x + 1) \right] \\ &= \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{1-x}{x^2-1} \\ &= \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{-x}{x^2} \\ &= \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{-1}{x} = 0 \end{aligned}$$

اذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y = -2x + 1$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

f دالة معرفة على: $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$:

$f(x) = -2x + 1 + \frac{1-x}{x^2-1}$ ، تمثيلها البياني. (C_f)

① بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل: $y = -2x + 1$: (Δ) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

② إنطلاقا من دستور الدالة f ، إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ و $-\infty$ ، يُطلب تعيين معادلة له.

③ أحسب: $\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) + 2x]$ ، ماذا تستنتج؟

④ (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته من الشكل: $y = ax + b$ ، يُطلب تعيين a و b حسابيا (خاص بشعبة رياضيات).

المستقيم المقارب المائل والأفقي

قاعدة: (y) يقبل مستقيماً مائلاً (Δ) عوار

$$f(x) = \underbrace{ax + b}_{\text{دالة}} + \frac{1}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x^2 - 1} \right) = 0$$

$$f(x) = \underbrace{-2x + 1}_{\text{دالة}} + \frac{1 - x}{x^2 - 1}$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \left(\frac{1 - x}{x^2 - 1} \right) = \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{-x}{x^2} = 0$$

إذن: (y) يقبل مستقيماً مائلاً (Δ) معادلته $y = -2x + 1$ عند $+\infty$ و $-\infty$

f دالة معرفة على: $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$:

$$f(x) = -2x + 1 + \frac{1 - x}{x^2 - 1}$$

① بين أن (C_f) يقبل مستقيم مُقارب مائل: $y = -2x + 1$ بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

② إنطلاقاً من دستور الدالة f، إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مُقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ و $-\infty$ ، يُطلب تعيين مُعادلة له.

③ أحسب: $\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) + 2x]$ ، ماذا تستنتج؟

④ (C_f) يقبل مستقيم مُقارب مائل (Δ) مُعادلته من الشكل: $y = ax + b$ ، يُطلب تعيين a و b حسابياً (خاص بشعبة رياضيات).

المستقيم المقارب المائل و الأفقي

3 حساب:

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) + 2x] = \lim_{|x| \rightarrow \infty} \left[-\frac{2}{x} + 1 + \frac{1-x}{x^2-1} + \frac{2}{x} \right]$$

$$= \lim_{|x| \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{1-x}{x^2-1} \right]$$

$$= 1$$

اذن: $\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) + 2x] = 1$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) + 2x - 1] = 0$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) - (-2x + 1)] = 0$$

اذن: $y = -2x + 1$ مقارب مائل

دالة معرفة على: $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ:

$$f(x) = -2x + 1 + \frac{1-x}{x^2-1} \quad (C_f) \text{ تمثيلها البياني.}$$

① بين أن (C_f) يقبل مستقيم مُقارب مائل:
 $y = -2x + 1$ بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

② إنطلاقاً من دستور الدالة f ، إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مُقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ و $-\infty$ ، يُطلب تعيين مُعادلة له.

③ أحسب: $\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) + 2x]$ ، ماذا تستنتج؟

④ (C_f) يقبل مستقيم مُقارب مائل (Δ) مُعادلته من الشكل: $y = ax + b$ ، يُطلب تعيين a و b حسابياً (خاص بشعبة رياضيات).

المستقيم المقارب المائل و الأفقي

$$y = ax + b$$

$$b = \lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) - ax] \quad a = \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$$

$$b = \lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) - (-2x)] \quad \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{|x| \rightarrow \infty} \left[\frac{-2x}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1-x}{x^2-1} \right]$$

$$\Rightarrow \lim_{|x| \rightarrow \infty} \left[-2 + \frac{1}{x} + \frac{1-x}{x^2-1} \right] = \lim_{|x| \rightarrow \infty} \left[-2 + \frac{1}{x} + \frac{1-x}{x^2-1} \right]$$

$$= -2$$

$$b = 1$$

$$(A) \quad y = -2x + 1$$

دالة معرفة على: $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$:

$$f(x) = -2x + 1 + \frac{1-x}{x^2-1} \quad (C_f) \text{ تمثيلها البياني.}$$

① بين أن (C_f) يقبل مستقيم مُقارب مائل:
بجوار $-\infty$ و $+\infty$: $y = -2x + 1$

② إنطلاقاً من دستور الدالة f ، إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مُقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ و $-\infty$ ، يُطلب تعيين مُعادلة له.

③ أحسب: $\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) + 2x]$ ، ماذا تستنتج؟

④ (C_f) يقبل مستقيم مُقارب مائل (Δ) مُعادلته

من الشكل: $y = ax + b$ ، يُطلب تعيين a و b حسابياً (خاص بشعبة رياضيات).

المستقيم المقارب المائل و الأفقي

دالة معرفة على: $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ:
 $f(x) = -2x + 1 + \frac{1-x}{x^2-1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

① بين أنّ (C_f) يقبل مُستقيم مُقارب مائل:
 $y = -2x + 1$: بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

② إنطلاقاً من دستور الدالة f ، إستنتج أنّ (C_f)
 يقبل مُستقيم مُقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ و
 $-\infty$ ، يُطلب تعيين مُعادلة له.

③ أحسب: $\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) + 2x]$ ، ماذا تستنتج؟.

④ (C_f) يقبل مُستقيم مُقارب مائل (Δ) مُعادلته
 من الشكل: $y = ax + b$ ، يُطلب تعيين a و b
 حسابياً (خاص بشعبة رياضيات).

المستقيم المقارب المائل و الأفقي

دالة معرفة على: $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ:
 $f(x) = -2x + 1 + \frac{1-x}{x^2-1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

① بين أنّ (C_f) يقبل مُستقيم مُقارب مائل:
 $y = -2x + 1$: بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

② إنطلاقاً من دستور الدالة f ، إستنتج أنّ (C_f)
 يقبل مُستقيم مُقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ و
 $-\infty$ ، يُطلب تعيين مُعادلة له.

③ أحسب: $\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) + 2x]$ ، ماذا تستنتج؟.

④ (C_f) يقبل مُستقيم مُقارب مائل (Δ) مُعادلته
 من الشكل: $y = ax + b$ ، يُطلب تعيين a و b
 حسابياً (خاص بشعبة رياضيات).

المستقيم المقارب المائل والأفقي

دالة معرفة على: $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ:
 $f(x) = -2x + 1 + \frac{1-x}{x^2-1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني.

① بين أنّ (C_f) يقبل مُستقيم مُقارب مائل:
 $y = -2x + 1$: بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

② إنطلاقاً من دستور الدالة f ، إستنتج أنّ (C_f)
 يقبل مُستقيم مُقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ و
 $-\infty$ ، يُطلب تعيين مُعادلة له.

③ أحسب: $\lim_{|x| \rightarrow \infty} [f(x) + 2x]$ ، ماذا تستنتج؟.

④ (C_f) يقبل مُستقيم مُقارب مائل (Δ) مُعادلته
 من الشكل: $y = ax + b$ ، يُطلب تعيين a و b
 حسابياً (خاص بشعبة رياضيات).

المستقيم المقارب المائل و الأفقي

دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ:
 $g(x) = \frac{-x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$ ، تمثيلها البياني.

1 بين أن (C_g) يقبل مستقيم مقارب (D) معادلته:
 $y = -1$

2 بين أن: $g(x) = -1 - \frac{2x+4}{x^2-1}$ ، ثم استنتج
أن (C_g) يقبل مستقيم مقارب (D) عند $+\infty$ و $-\infty$

$$= \lim_{|x| \rightarrow \infty} \left[\frac{-2x-3}{x^2-1} \right]$$

$$= \lim_{|x| \rightarrow \infty} \left[\frac{-2x}{x^2} \right] = \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{-2}{x} = 0$$

اذن (g) يقبل (D) معادلته
 $y = -1$ عند $+\infty$ و $-\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{|x| \rightarrow \infty} [g(x) - (-1)] &= \lim_{|x| \rightarrow \infty} \left[\frac{-x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} + 1 \right] \\ &= \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{-x^2 - 2x - 3 + x^2 - 1}{x^2 - 1} \end{aligned}$$

المستقيم المقارب المائل و الأفقي

$$\begin{aligned} \text{لدينا } \frac{-x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} &= \frac{-x^2 + 1 - (2x + 4)}{x^2 - 1} \\ &= \frac{-x^2 + 1 - 2x - 4}{x^2 - 1} \\ &= \frac{-x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1} \\ &= g(x) \end{aligned}$$

دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$:
 $g(x) = \frac{-x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$ ، (C_g) تمثيلها البياني.

1 بين أن (C_g) يقبل مستقيم مقارب (D) معادلته:
 $y = -1$

2 بين أن: $g(x) = -1 - \frac{2x + 4}{x^2 - 1}$ ، ثم استنتج
أن (C_g) يقبل مستقيم مقارب (D) عند $+\infty$ و $-\infty$.

$$g(x) = -1 + \frac{2x+4}{x^2-1}$$

لدينا -

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \left(-\frac{2x+4}{x^2-1} \right)$$

حسب

$$= \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{-2x}{x^2}$$

$$= \lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{-2}{x}$$

$$= 0$$

اذن $y = -1$ افق مجاری است و $y = -1$ در $-\infty$ و $+\infty$