إنطلاقتك في دراسة الدوال العددية

يجب أن تعلم عزيزي التلميذ أنّه قبل إنطلاقك في وحدة الدّوال العددية يجب عليك أوّلاً التمكن الكامل من كثيرات الحدود من إيجاد حلول المُعادلات الصفرية و دراسة الإشارة ، هذا الأمر سيسمح لك بدراسة إشارة مختلف الدوال المركبة (ناطقة ، كسرية ، صمّاء ، أسيّة و لغرتمية ...) و كنتيجة لهذه المكتسبات ستتمكن من الإجابة على أسئلة تعتبر العمود الأساسي لدراسة الدّالة كاملة ، وسنوضّح هذا عن طريق الجداول التي ستصادفها كثيرا في رحتلك (أمثلة).

x	a		x_0		b
$f(x)$	−		0	+	
التفسير الهندسي	(C_f) يقع تحت (xx')		(C_f) يقطع (xx') في $(x_0;0)$	(C_f) يقع فوق (xx')	

إشارة الدّالة

x	a		x_0		b
$f'(x)$	−		0	+	
التفسير الهندسي	f مُتناقصة تماما على $[a;x_0]$		قيمة حدية $(x_0;f(x_0))$	f مُتزايدة تماما على $[x_0;b]$	

إشارة المشتقة الأولى حالة 1

x	a		x_0		b
$f'(x)$	+		0	+	
التفسير الهندسي	f مُتزايدة تماما على $[a;x_0]$		نقطة إنعطاف $(x_0;f(x_0))$	f مُتزايدة تماما على $[x_0;b]$	

إشارة المشتقة الأولى حالة2

x	a		x_0		b
$f''(x)$	−		0	+	
التفسير الهندسي	نقطة إنعطاف $(x_0;f(x_0))$				

إشارة المشتقة الثانية

x	a		x_0		b
$f(x)-g(x)$	−		0	+	
التفسير الهندسي	(C_f) يقع تحت (C_g)		(C_f) يقطع (C_g) في $(x_0;f(x_0))$	(C_f) يقع فوق (C_g)	

الوضع النسبي بين منحنين

x	a		x_0		b
$f(x)-(ax+b)$	−		0	+	
التفسير الهندسي	(C_f) يقع تحت (T)		(C_f) يخترق (T) في $(x_0;f(x_0))$ نقطة إنعطاف $(x_0;f(x_0))$	(C_f) يقع فوق (T)	

الوضع النسبي بين منحنى دالة ومماس

WWW.DOROUSCOM.COM

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

إشارة كثير حُدود

كثير الحدود من الدرجة 01:

شكله العام: $ax+b$

a: العدد الحقيقي المضروب في x

1/ $P(x)=2x-1$ / $a=2$ (+)

2/ $P(x)=1-x$ / $a=-1$ (-)

3/ $P(x)=3+x$ / $a=1$ (+)

إشارة $ax+b$

حل المعادلة: $ax+b=0$

$ax=-b$

$x=\frac{-b}{a}$

جدول إشارة $ax+b$

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
إشارة $ax+b$	عكس إشارة a	0		إشارة a	

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

إشارة كثير حُدود

✍ أدرس إشارة العبارة $P(x)$ ، ثم إستنتج تفكيكا لها إن وجد في $\mathbb{R}$:

① $P(x) = 3x + 6$

② $P(x) = -x + 1$

③ $P(x) = -x^2 + x + 2$

④ $P(x) = -x^2 - 6x - 9$

⑤ $P(x) = -x^2 + 2x - 4$

1/ $P(x) = 3x+6$

إشارة $3x+6$: حل المعادلة:

$3x+6=0 \quad / a \leq 3(4)$

$3x = -6$

$x = \frac{-6}{3}$

$x = -2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$3x+6$	$-$	0	$+$

2/ $P(x) = -x+1$

إشارة $-x+1$

حل المعادلة:

$-x+1=0$

$-x = -1$

$x = \frac{-1}{-1}$

$x = 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$-x+1$	$+$	0	$-$

إشارة كثير حُدود

✍ أدرس إشارة العبارة $P(x)$ ، ثم إستنتج تفكيكا لها إن وجد في $\mathbb{R}$:

① $P(x) = 3x + 6$

② $P(x) = -x + 1$

③ $P(x) = -x^2 + x + 2$

④ $P(x) = -x^2 - 6x - 9$

⑤ $P(x) = -x^2 + 2x - 4$

1/ $P(x) = 3x+6$

إشارة $3x+6$: حل المعادلة:

$3x+6=0 \;/\; a \leq 3(4)$

$3x = -6$

$x = \frac{-6}{3}$

$x = -2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$3x+6$	$-$	0	$+$

2/ $P(x) = -x+1$

إشارة $-x+1$

حل المعادلة:

$-x+1=0$

$-x=-1$

$x = \frac{-1}{-1}$

$x = 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$-x+1$	$+$	0	$-$

دراسة القيمة المطلقة لدالة

$$p(x)=|2x-6|$$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
إشارة $2x-6$		$-$	0	$+$	
	$-(2x-6)$			$+(2x-6)$	
	$-2x+6$			$2x-6$	

$$p(x)=\begin{cases} -2x+6 ; & x\in]-\infty;3] \\ 2x-6 ; & x\in [3;+\infty[\end{cases}$$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

إشارة كثير حُدود

كثير الحدود من الدرجة 02

$ax^2+bx+c \quad / \quad a\neq 0$

1/ $P(x)=-x^2+\sqrt{2}x+\frac{1}{3}$

$a=-1 \quad | \quad b=\sqrt{2} \quad | \quad c=\frac{1}{3}$

2/ $P(x)=4-x^2$

$a=-1 \quad b=0 \quad c=4$

3/ $P(x)=x^2+\frac{\sqrt{3}}{2}x$

$a=1 \quad b=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad c=\frac{\sqrt{3}}{2}$

حل المعادلة ax^2+bx+c

بحساب المميز Δ

$\Delta=(b)^2-4(a)(c)$

دروسكم منصة التعليم الإلكتروني

$$\Delta = (b)^2 - 4(a)(c)$$

$\Delta < 0$

المعادلة لا تقبل حلولاً في $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(a)$	نفس إشارة a	

$P(x)$ لا تقبل تفكيك في $\mathbb{R}$

$\Delta = 0$

المعادلة تقبل حلاً مضاعفاً

$$x' = \frac{-(b)}{2(a)}$$

x	$-\infty$	x'	$+\infty$
$P(x)$	نفس إشارة a	نفس الإشارة	نفس إشارة a

حالة خاصة

$$P(x) = a(x - x')^2$$

$\Delta > 0$

المعادلة تقبل حلين متمايزين هي

$$x_1 = \frac{-(b) + \sqrt{\Delta}}{2(a)}$$

$$x_2 = \frac{-(b) - \sqrt{\Delta}}{2(a)}$$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$P(x)$	إشارة a	عكس إشارة a	إشارة a	

$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ (الحالة العامة)

إشارة كثير حُدود

✍ أدرس إشارة العبارة $P(x)$ ، ثم إستنتج تفكيكا لها إن وجد في $\mathbb{R}$:

① $P(x) = 3x + 6$

② $P(x) = -x + 1$

③ $P(x) = -x^2 + x + 2$

④ $P(x) = -x^2 - 6x - 9$

⑤ $P(x) = -x^2 + 2x - 4$

$\Delta = 36 - 36 = 0$

$x' = \frac{-(b)}{2(a)}$

$= \frac{-(-6)}{2(-1)} = \frac{6}{-2} = -3$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$-x^2-6x-9$		$-$	0	$-$	

4/ $P(x) = -x^2 - 6x - 9$ $\begin{cases} a = -1 \\ b = +6 \\ c = -9 \end{cases}$

إشارة $P(x)$

حل المعادلة

$-x^2 - 6x - 9 = 0$

$\Delta = (-6)^2 - 4(-1)(-9)$

إشارة كثير حُدود

✍ أدرس إشارة العبارة $P(x)$ ، ثم إستنتج تفكيكا لها إن وجد في $\mathbb{R}$:

① $P(x) = 3x + 6$

② $P(x) = -x + 1$

③ $P(x) = -x^2 + x + 2$

④ $P(x) = -x^2 - 6x - 9$

⑤ $P(x) = -x^2 + 2x - 4$

3/ $P(x) = -x^2 + x + 2$

$(-)\ a = -2 \mid b = 1 \mid c = 2$

$\Delta = (b)^2 - 4(a)(c)$

$= (1)^2 - 4(-1)(2)$

$= 1 + 8 = 9 > 0$

$x_1 = \frac{-(b)+\sqrt{\Delta}}{2(a)} = \frac{-(1)+\sqrt{9}}{2(-1)} = \frac{-1+3}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$

$x_2 = \frac{-(b)-\sqrt{\Delta}}{2(a)} = \frac{-(1)-\sqrt{9}}{2(-1)} = \frac{-1-3}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$-x^2+x+2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$P(x) = (-1)(x-(-1))(x-2)$

$= -(x+1)(x-2)$

WWW.DOROUSCOM.COM

إشارة كثير حُدود

✍ أدرس إشارة العبارة $P(x)$ ، ثم إستنتج تفكيكا لها إن وجد في $\mathbb{R}$:

① $P(x) = 3x + 6$

② $P(x) = -x + 1$

③ $P(x) = -x^2 + x + 2$

④ $P(x) = -x^2 - 6x - 9$

⑤ $P(x) = -x^2 + 2x - 4$

$\Delta = (2)^2 - 4(-2)(4)$

$= 4 - 16 = -12 < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)$	$-$	

لا يقبل تفكيك في $\mathbb{R}$.

5/ $P(x) = -x^2 + 2x - 4$

$a = -1 (-)$ $b = 2$ $c = -4$

حل المعادلة: $-x^2 + 2x - 4 \leq 0$

دروسكم منصة التعليم الإلكتروني

إشارة كثير حُدود

✍ أدرس إشارة العبارة $P(x)$ ، ثم إستنتج تفكيكا لها إن وجد في $\mathbb{R}$:

① $P(x) = 3x + 6$

② $P(x) = -x + 1$

③ $P(x) = -x^2 + x + 2$

④ $P(x) = -x^2 - 6x - 9$

⑤ $P(x) = -x^2 + 2x - 4$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

WWW.DOROUSCOM.COM

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني

إشارة كثير حُدود

✍ أدرس إشارة العبارة $P(x)$ ، ثم إستنتج تفكيكا لها إن وجد في $\mathbb{R}$:

① $P(x) = 3x + 6$

② $P(x) = -x + 1$

③ $P(x) = -x^2 + x + 2$

④ $P(x) = -x^2 - 6x - 9$

⑤ $P(x) = -x^2 + 2x - 4$

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني