منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

المتتاليات العددية

- تعريف - طرق توليد متتالية - رتبة حد - اتجاه تغيُر متتالية

1) تعريف: نسمي متتالية عددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ كل دالة ترفق بالعدد الطبيعي n العدد الحقيقي u_n.

تدعى $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية (علاقة تربط بين المتغير الطبيعي n كسابقة و العدد الحقيقي u_n كصورة)

يدعى u_n عبارة الحد العام (بدلالة n) و n يدعى في هذه الحالة دليل.

مثال: $u_n = \sqrt{3n+5}$ ؛ $u_n = n^2 + 1$

$u_4 = 4^2 + 1 = 17$

$u_0 = \sqrt{3(0)+5} = \sqrt{5}$

دروسكم منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

2) طرق توليد متتالية: التوليد معناه حساب حدود متتالية و يكون ذلك بإحدى الطرق التالية:

أ/ إعطاء عبارة الحد العام ثم تعويض n بقيم طبيعية (حساب مباشر للحدود)

مثال: $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب: $u_n = n^2 + n - 1$

$$u_0 = -1 \quad ; \quad u_3 = 11 \quad ; \quad u_{10} = 109$$

ب/ إعطاء علاقة تراجعية تربط حدين متتابعين بدلالة n (دليليهما متعاقبين) و الحد الأول للمتتالية.

مثال: $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة ب:

$u_{n+1} = 3u_n - 4$: n و من أجل كل عدد طبيعي $u_0 = 1$

$$u_1 = 3u_0 - 4 = -1 \quad ; \quad u_2 = 3u_1 - 4 = -7 \quad .....$$

ج/ إعطاء دالة f مرفقة للمتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ من الشكل $u_{n+1} = f(u_n)$ و الحد الأول (طريقة بيانية تسمح بتعيين الحدود بقيمة تقريبية)

دروسكم منصة التعليم الإلكتروني

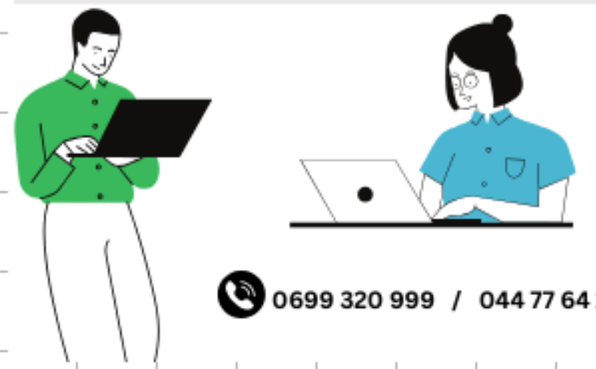
ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك



0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

3) رتبة حد: رتبة حد مرتبطة بدليل الحد الأول للمتتالية و تحسب كما يلي:

* رتبة حد = دليل الحد – دليل الحد الأول +1

ترتيب الحدود يكون حسب دليلها بصفة تصاعدية: $u_0 \to u_1 \to u_2 \to ... \to u_n$

مثال: - إذا كان الحد الأول هو u_0 فإن رتبة u_7 هي: 7-0+1=8

- إذا كان الحد الأول هو u_1 فإن رتبة u_{2024} هي: 2024-1+1=2024

4) اتجاه تغير متتالية: لدراسة اتجاه تغير متتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ندرس إشارة الفرق $(u_{n+1}-u_n)$ حيث:

* $u_{n+1}-u_n \succ 0$ معناه $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متزايدة تماما
* $u_{n+1}-u_n \prec 0$ معناه $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متناقصة تماما
* $u_{n+1}-u_n = 0$ معناه $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ثابتة

ملاحظة: لا توجد أي علاقة بين إشارة متتالية و اتجاه تغيرها.

دروسكم منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك
0699 320 999 / 044 77 64 11

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

تمرين1: (u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $u_n = -3n + 2$ ← عبارة الحد العام

1)احسب الحدود $u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4$ ثم مثلها بيانيا.

2)اكتب $u_{2n} ; u_{n+1} ; u_{n^2}$ بدلالة n

3)ما هي رتبة الحد u_{12} ؟

4)هل العدد -97 حد من حدود المتتالية؟نفس السؤال من أجل العدد -117 ؟

5)ادرس اتجاه تغيُر المتتالية.

$n=2$:

$u_2 = -3(2)+2$

$= -4$

$n=3$:

$u_3 = -3(3)+2 = -7$

$n=1$:

$u_1 = -3(1)+2$

$= -1$

$n=0$:

$u_0 = -3(0)+2$

$= 2$

دروسكم منصة التعليم الإلكتروني

ملف الحصة المباشرة و المسجلة

1 حصص مباشرة

2 حصص مسجلة

3 دورات مكثفة

أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11

4

هل يكون حدّ من حدود المتتالية (u_n) العدد -97؟

إذا وُجد عدد طبيعي n

$u_n = -97$ تحقق..

$u_n = -97$

$-3n + 2 = -97$

$-3n = -97 - 2$

$-3n = -99$

$n = \frac{-99}{-3} = \boxed{33}$

2

$u_{n^2} = -3(n^2) + 2$

$= \boxed{-3n^2 + 2}$

$u_{n+1} = -3(n+1) + 2$

$= -3n - 3 + 2$

$= \boxed{-3n - 1}$

$u_{2n} = -3(2n) + 2$

$= \boxed{-6n + 2}$

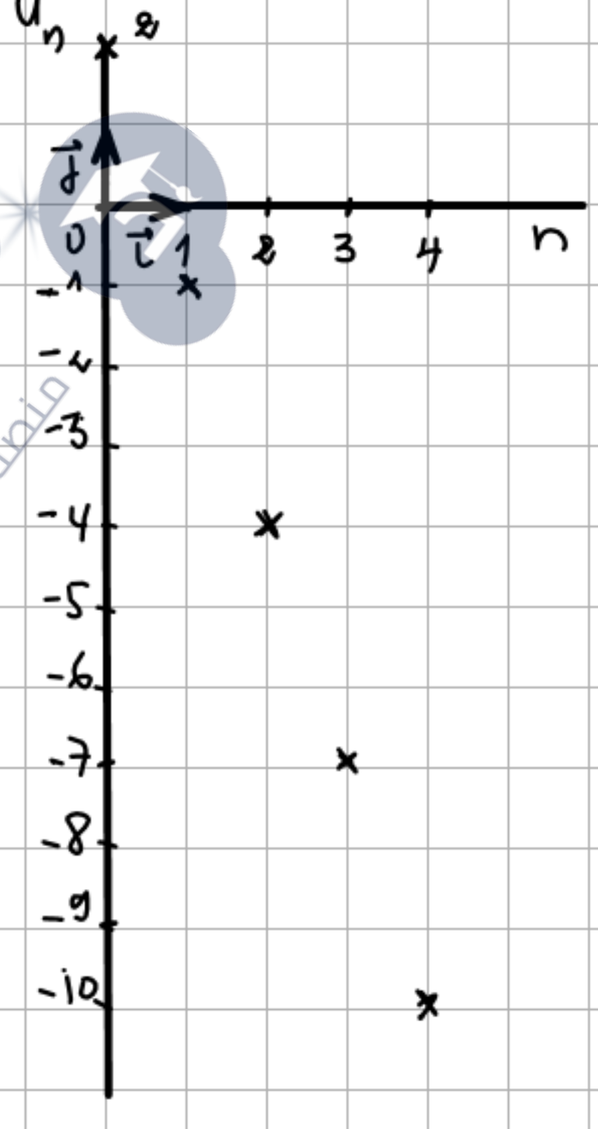
3

بما أن u_{12} حد،

$12 - 0 + 1 = \boxed{13}$

$u_4 = -3(4) + 2$; $n = 4$

$= \boxed{-10}$



منصة التعليم الإلكتروني

$$u_{n+1} = -3(n+1)+2$$

$$= -3n - 1$$

$$u_{n+1} - u_n = (-3n-1) - (-3n+2)$$

$$= -3n - 1 + 3n - 2$$

$$= \boxed{-3} < 0$$

فإن المتتالية (u_n) متناقصة تماما

من الحدود هو (-97) عدد

$$u_{33} = -97$$

$$u_n = -117$$

$$-3n + 2 = -117$$

$$-3n = -117 - 2$$

$$-3n = -119$$

$$n = \frac{-119}{-3} \notin \mathbb{N}$$

إذن (-117) ليس حدا

$$u_n = -3n + 2$$ 5

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

تمرين2: (u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $u_0 = 3$ و العلاقة التراجعية: $u_{n+1} = u_n - 5$

1) احسب الحدود: $u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4$

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3) مثل بيانيا الحدود: $u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4$

الحل: $u_{n+1} = u_n - 5$ ، $u_0 = 3$

$u_1 = u_0 - 5$: $n=0$

$= 3 - 5 = \boxed{-2}$

$u_2 = u_1 - 5$: $n=1$

$= -2 - 5 = \boxed{-7}$

$u_3 = u_2 - 5$: $n=2$

$= -7 - 5 = \boxed{-12}$

$u_4 = u_3 - 5$: $n=3$

$= -12 - 5 = \boxed{-17}$

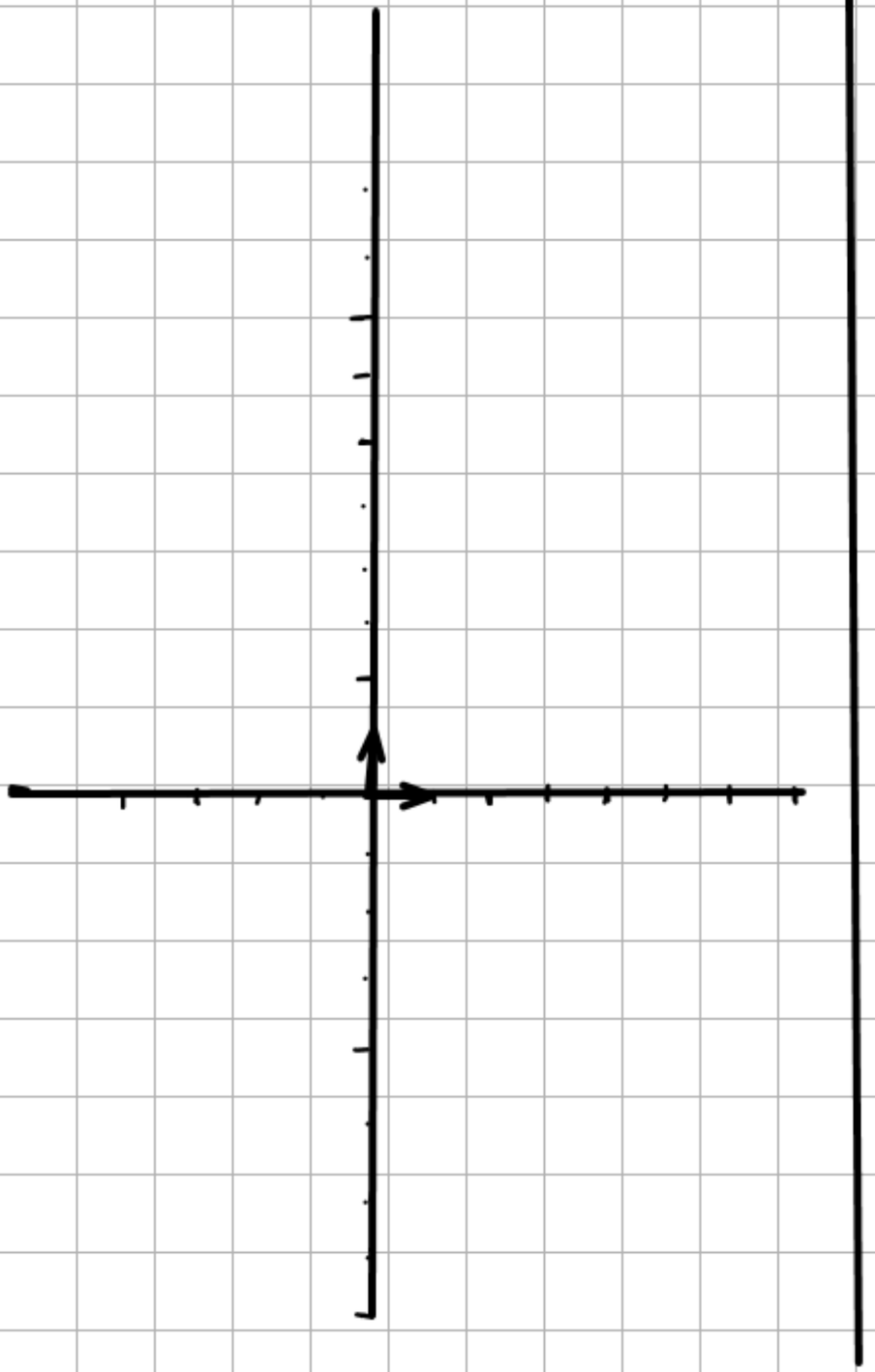
$u_{n+1} - u_n = u_n - 5 - u_n$

$= -5 < 0$

ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماما

دروسكم
منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11



3 لتكن f دالة مرفقة للمتتالية (u_n)

حيث $u_{n+1} = f(u_n)$

$f(u_n) = u_n - 5$

x x

* نرسم التمثيل البياني للدالة f

حيث $f(x) = x - 5$

* نرسم المستقيم ذو المعادلة $y = x$

* النقط من الشكل

$M(u_n, u_{n+1})$

منتدى الأستاذ للتعليم الإلكتروني

منصة دروسكم - دعم مدرسي عبر الأنترنت - www.dorouscom.com

تمرين3:(واجب منزلي) (u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $u_n = 2^{n+1}$

1) احسب الحدود $u_4; u_3; u_2; u_1; u_0$

2)اكتب عبارة كل من: u_{n-1} ; u_{n+3} ; u_{n^2-1}

3)هل العدد 32 حد من حدود المتتالية؟

4)ادرس اتجاه تغيُر المتتالية بطريقتين مختلفتين

دروسكم منصة التعليم الإلكتروني
ملف الحصة المباشرة و المسجلة
1 حصص مباشرة
2 حصص مسجلة
3 دورات مكثفة
أحصل على بطاقة الإشتراك

0699 320 999 / 044 77 64 11